فيزياء المادة
والديناميكا الحرارية

تأليف

دكتور رأفت كامل واصف
أستاذ متفرغ
كلية العلوم – جامعة القاهرة

بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ

فيزياء المادة والديناميكا الحرارية

بطاقة فهرسة

فهرسة أثناء النشر إعداد الهيئة العامة لدار الكتب والوثائق القومية
إدارة الشئون الفنية

واصف، رأفت كامل
فيزياء المادة والديناميكا الحرارية/ دكتور رأفت كامل واصف ط١ — القاهرة: دار النشر للجامعات، ٢٠٠٧.
٣٢٨ ص، ٢٤سم.
تدمك ٢ ٢٣٦ ٣١٦ ٩٧٧
١ - الديناميكا الحرارية. ٢ - الفيزياء.
أ- العنوان ٥٣٦,٧

تاريخ الإصدار: ١٤٢٨هـ - ٢٠٠٨م

حقوق الطبع: محفوظة للناشر

رقم الإيداع: ٢٢٩٦٧/ ٢٠٠٧م

الترقيم الدولي: ISBN: 977 – 316 – 236 - 2

الكود: ٢/٢١٢



دار النشر للجامعات
ص.ب (١٣٠ محمد فريد) القاهرة ١١٥١٨
تليفون: ٢٦٣٤٧٩٧٦ - تليفاكس: ٢٦٤٤٠٠٩٤
E-mail: darannshr@link.net

الفهرس

الجزء الأول: فيزياء المادة

الجزء الثاني : الحرارة والديناميكا الحرارية

***

مقدّمة

يعرض هذا الكتاب في جزئه الأول المبادئ الأساسية لفيزياء المواد للطالب المهني الذي لم يدرس الفيزياء سوى سنة واحدة جامعية، ويقدم لموضوع الديناميكا الحرارية في جزئه الثاني. وقد أُعِدَّ خصيصًى لطلبة المرحلة الأولى الجامعية بسنتيها الأولى والثانية أو ما في مستواها. ويعد استكمالاً للمعلومات التي درسها الطالب في مرحلة التعليم الثانوي.

وقد عوجلت الموضوعات بشكل مبسط على أساس رياضي استخدم فيه مبادئ الرياضية العالية كالتفاضل والتكامل مع تجنب الخوض في الطرق الرياضية بالنسبة لطالب هذه المرحلة. وقد كتبت جميع المعادلات والمصطلحات باللغة الإنجليزية وفقاً للأسلوب الدولي المتبع.

ومن الجدير بالذكر أن الطبيعة العامة - موضوع هذا الكتاب- لها أهمية كبيرة بين سائر العلوم إذ إنها تكون حجر الزاوية في هذه الفروع ولا غنى لأي باحث في مجالات العلم المختلفة من الإلمام التام بهذه الأساسيات.

ويجب أن أنوه هنا أنه قد أضيفت للكتاب إضافات موضوعية تستكمل المزيد من النواحي العلمية المعاصرة التي رأيت وجوب عرضها ليكون الكتاب أكثر شمولاً ومنفعةً لدارسيه العرب في وقتنا هذا.

كما أضفت على كل باب من أبواب الكتاب بعض التمارين المحلولة كأمثلة يهتدى بها الطالب العربي. كما توجد تمارين أخرى غير محلولة ليختبر بها نفسه. وقد روعي في اختيارها أن تجمع أكثر من فكرة أو مبدأ واحد.

ويسرني أن أقدم هذا المجهود المتواضع إلى أبنائي الطلبة راجياً الله أن يوفق الجميع لما فيه خير لوطننا العربي.

رأفت كامل واصف



الجزء الأول
الميكانيكا وفيزياء المادة

الباب الأول
نظرية والأبعاد
Units and Dimensions

لكي نعرف أي كمية طبيعية يجب أن نحدد الوحدات التي تقاس بها هـذه الكميـة، وكذلك العدد الذي تتكرر به هذه الوحدة داخل هـذه الكميـة. وتعتمـد كـل القياسـات الطبيعية على وحدات أساسية هي:

١ – الطول L　　٢ – الكتلة M　　٣ – الزمن T

ويوجد خلاف هذه الوحدات الأساسية وحدات مشتقة أخرى مثل وحدة الحجـوم وهي مشتقة من الوحدة الطولية.

١ – ١ الوحدات الأساسية والمشتقة: Fundamental units

أولاً: الطول Length

وحدة الطول هي المتر وتعرف بأنها المسافة في درجة الصفر المئوي بين نهايتي قضيب عياري محفوظ في أريس. وتوجد وحدات عمليـة أخـرى للطـول مثـل الـسنتيمتر وهـو ١/ ١٠٠ من المتر، والكيلو متر وهو ١٠٠٠ متر وتستعمل كل من هذه الوحدات العملية في المناسبات الملائمة. فمثلاً إذا كانت المسافة المقاسة صغيرة جدا فبديهي أنك لن تستعمل الكيلومتر بل المليمتر أو الميكرون وإذا كانت كبيرة جداً تستخدم السنة الضوئية.

يشتق من وحدة الطول وحدات أخرى مثل وحدة المساحة ونحـصل عليهـا برسـم مربع طول ضلعه وحدة الأطوال. ووحدة الحجوم ونحصل عليها بعمـل مكعـب طـول ضلعه الوحدة. وتعرف وحدة المساحة بالمتر المربع، ووحدة الحجـم بـالمتر المكعـب وهمـا وحدتان مشتقتان.

ثانياً: الكتلة Mass

تعرف الكتلة بأنها كمية المادة – وحدتها الكيلوجرام– الموجودة في قطعة من البلاتين محفوظة في باريس. والكيلوجرام وحدة كبيرة بها ١٠٠٠ جرام. ويعرف الجرام بأنه كميـة المادة الموجودة في ١ سم^{٣} من ماء نقي في درجة حرارة ٤ $^{\circ}$م.

ثالثاً: الزمن Time

استخدمت الحركة الدورانية للأرض حول نفسها كمقياس للزمن. فمن المعروف أن الدورة الكاملة تتم في زمن يوم كامل وهذا يقسَّم إلى ٢٤ ساعة وتقسَّم الساعة إلى ٦٠ دقيقة، والدقيقة إلى ٦٠ ثانية، وقد أُخذت الثانية كوحدة للزمن.

يوجد نظم قياس مختلفة في العالم. منها على سبيل المثال وحدات السنتيمتر – جرام – ثانية (c.g.s). ويتبع الإنجليز وحدات قياسية أخرى هي القدم للطول ويساوي ١٢ بوصة، والبوصة تساوي حوالي ٢,٥٣٩ من السنتيمتر، والباوند للكتلة وتساوي ٤٥٣,٦ جرام، والثانية للزمن .

ويتفق العلماء في الوقت الحاضر على استخدام نظام قياسي مشتق من النظام الفرنسي ووحداته الأساسية هي المتر – كيلو جرام – ثانية (MKS) ؛ وذلك رغبة منهم في التوحيد القياسي في جميع أنحاء العالم.

١– ٢ الوحدات المشتقة: Derived units

لكل كمية طبيعية وحدة مشتقة من الوحدات الأساسية السابقة، ولكي نعين الوحدة المشتقة يجب العودة إلى تعريف الكمية الطبيعية المراد تعيين وحدتها.

السرعة مثلاً هي المعدل الزمني الذي يقطع به الجسم المتحرك للمسافات وتكون وحدة السرعة بذلك متر/ ثانية، أما العجلة فهي معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن وتكون وحدتها هي متر / (ثانية)^{٢}....... وهكذا.

يطلق على وحدة القوة في نظام كيلوجرام –متر– ثانية (MKS) «نيوتن» وهي القوة التي تعطي لكتلة كيلو جرام واحد عجلة تسارع قدرها متر / (ثانية)^{٢}. ويناظر النيوتن في نظام سم–جم– ثانية قوة «الداين» ويمكن إيجاد العلاقة العددية بينهما كما يأتي:

١ نيوتن = ١ كيلوجرام × ١ متر/ (ثانية)^{٢}

= ١٠٠٠ جرام × ١٠٠ سم/ (ثانية)^{٢}

= ١٠^{٥} جرام. سم/ (ثانية)^{٢}

١٠^{٥} داين

وحدة الطاقة أو الشغل في نظام (MKS) هو الشغل المبذول عندما تتحرك قوة قدرها ١ نيوتن مسافة متر واحد في اتجاه تأثيرها.

∴ وحدة الشغل = وحدة القوة × وحدة المسافة

= نيوتن. متر وتسمى بالجول

= ١٠° داين × ١٠٠ سم

= ١٠ ^٧ داين. سم

= ١٠ ^٧ إرج

أي إن وحدة الشغل في نظام (M K S) هي الجول وهي الوحدة العملية للطاقة.

نتيجة:

تعيين وحدات أي كمية طبيعية بدلالة الوحدات الأساسية هي التي سترمز لها بالرمز ل للطول، ك للكتلة، ن للزمن. وحدات الكثافة مثلاً -كما تشتق من التعريف- هي ك ل^-٣ وهكذا.

مثال:

أوجد الوحدات القياسية للضغط.

الحل: من التعريف. الضغط هو القوة العمودية الواقعة على وحدة المساحات وبذلك تكون وحدات الضغط هي:

$$\text{ص} = \frac{\text{قوة}}{\text{مساحة}} = \frac{\text{كتلة} \times \text{عجلة}}{\text{مساحة}} = \frac{ML}{L^2T^2}$$

$$= ML^{-1}T^{-2}$$

من المثال السابق يتضح طريقة تعيين وحدات أي كيمة طبيعيـة مـن تعريفهـا وعـلى الطالب أن يتحقق من وحدات الكميات الطبيعية المبينة في الجدول الآتي:

(جدول رقم ١)

الكمية	المعادلة البعدية
السرعة: معدل تغير المسافة	LT^{-1}
العجلة: معدل تغير السرعة	LT^{-2}
القوة: كتلة × عجلة	MLT^{-2}
الشغل- الطاقة: قوة × مسافة	$ML^{2}T^{-2}$
الحجم: مكعب الطول	L^{3}
الكثافة: كتلة وحدة الحجوم	ML^{-3}
الضغط: قوة على وحدة المساحة	$ML^{-1}T^{-2}$
التوتر السطحي: قوة لوحدة الأطوال	MLT^{-2}
كمية الحركة: كتلة × سرعة	$ML T^{-2}$
سرعة زاوية أو التردد: مقلوب الزمن	T^{-1}
عجلة زاوية: معدل تغير السرعة الزاوية	T^{-2}
القدرة: معدل بذل الشغل	$ML T^{-3}$
الازدواج أو عزم القوة: قوة × مسافة	$ML^{2}T^{-2}$
القصور الذاتي: كتلة × مربع الطول	ML^{2}
اللزوجة: قوة لوحدة المساحة لوحدة ميل السرعة	$ML^{-1}T^{-1}$
المرونة	$ML^{-1}T^{-2}$
ثابت الجاذبية	$M^{-1}L^{3}T^{-2}$

١-٣ نظرية الأبعاد:

تنص نظرية الأبعاد على وجوب التجانس من ناحية الأبعاد لكل طرف مـن أطـراف المعادلات الرياضية. وتكمن أهمية ذلك في أننا نستطيع التحقق من صـحة أي معادلـة في زمن وجيز دون الاحتياج لاستنباطها الذي قد يكون شاقاً أو متعـذراً. فمـثلاً إذا قيـل أن

قطرة سائل كروية الشكل تتذبـذب حـول شـكل الاتـزان بـتردد γ يتوقـف عـلى التـوتر السطحي S والكثافة ρ ونصف القطر r حسب المعادلة:

$$\nu = R\sqrt{\frac{S}{\rho . r^3}} \quad \text{..(1 – 1)}$$

حيث R هو ثابت عددي، فإنه يمكننا التحقق من صحة هذه العلاقة بإيجاد أبعاد كل طرف من المعادلة كما يأتي:

الطرف الأيسر :

التوتر السطحي : وحداته MT^{-2}

الكثافة : وحداتها ML^{-2}

نصف القطر : وحداته L

الطرف الأيمن :

التردد : وحداته T^{-1}

وحدات الطرف الأيسر هي:

$$(ML^{-2})^{1/2} \, (ML^{-3})^{-1/2} \, (L)^{-3/2} = T-1$$

T^{-1} = وهي نفس وحدات الطرف الأيمن.

أي إن وحدات طرفي المعادلة متجانسة بعدياً. إذاً فهي صحيحة.

استنباط العلاقات بواسطة الأبعاد:

يمكن باستخدام نظرية الأبعاد استنباط بعض العلاقات التي ترتبط بـالمتغيرات دون الحاجة إلى حل رياضي كامل وتوضح الأمثلة الآتية الطريقة:

١ – إيجاد العلاقة بين سرعة الأمواج الطولية والعوامل المؤثرة عليها. نبدأ أولاً بتعيين العوامل المختلفة التي قد يكون لها تأثيراً على سرعة الأمواج مثـل مرونـة الوسـط الناقـل للأمواج (M) وكذا كثافته (ρ).

نفرض أن السرعة v تتوقف عند كل من M،ρ وفقاً لقانون أسي. فتكون المعادلة البعدية هي:

$$\upsilon = A(M)^{\alpha}(p)^{\beta}$$

وحيث إن Δ هو ثابت عددي لا أبعاد له وتكون المعادلة البعدية هي:

$$LT^{-1} = (ML^{-1}\ T^{-2})\ .\ ^{\alpha}(ML^{-3})^{\beta}$$

وبمساواة قوى الوحدات المتماثلة في طرفي المعادلة نحصل على:

صفر = α + β بالنسبة للكتلة M

١ = -α + ٣ β بالنسبة للطول L

-١ = -٢ = بالنسبة للزمن υ

∴ α = $\frac{1}{2}$ β = - $\frac{1}{2}$

وتكون بذلك العلاقة المطلوبة هي:

$$\upsilon = A\sqrt{\frac{M}{\rho}}$$

ويمكن تعيين الثابتِ A إما بالتجربة أو بالتحليل الرياضي. وقيمتـه في هـذه الحالـة: A =1 وتكون سرعة الأمواج هي:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{\text{المرونة}}{\text{الكثافة}}}$$

٢- إيجاد زمن ذبذبة بسيط :T

العوامل التي نتوقع أن يكون لها تأثير على زمن ذبذبة بندول بسيط هي:

الطول L

عجلة الجاذبية g

كتلة كرة البندول M

نفرض أن العلاقة تتبع قانون أسي كما يلي:

$$T = A\ M^{\alpha}\ L^{\beta}\ g^{\gamma}$$
$$T = M^{\alpha}L^{\beta}\ (LT^{-2})^{\gamma}$$

$\therefore \alpha = o,$

$\beta + \delta = o,$

$\therefore \alpha = o,$

$1 - = -2\gamma$

$\therefore \ \beta = {}^1/_2 \qquad \gamma = {}^1/_2$

$TA\sqrt{\frac{L}{g}}$

$A = 2\pi$

$\therefore \ T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

تمارين:

١ – أوجد الضغط داخل فقاعة صابون علماً بأنه يتوقف على كل من التوتر السطحي ونصف قطر الفقاعة.

$$P = \frac{4T}{r}$$

٢ – أوجد زمن دوران كوكب حول الشمس علماً بأنه يتوقف على بعده عن الشمس R وعلى كتلة الشمس M، وثابت الجاذبية G.

$$t = (R^3/MG)^{1/2}$$

٣ – إذا علم أن التردد υ سلك صونومتر يتوقف على الشد T والطول وكتلة وحدة الأطوال ρ أثبت أن:

$$\upsilon \alpha \frac{1}{L}\sqrt{\frac{T}{P}}$$

٤ – إذا فرضنا أن عجلة الجاذبية الأرضية تمثل وحدة أساسية وأن الثانية هي وحدة الزمن، ماذا يجب أن تكون وحدة الطول؟

(g= ٩٨٠سم/ ث^{٢}).

٥ – باستخدام نظرية الأبعاد أثبت صحة المعادلة بعدياً:

$$PV = \frac{1}{3}MV^2$$

حيث V، P هما حجم وضغط غازما وزنه الجزئيي M ومتوسط سرعة جزئياته υ

٦- إذا علم أن وحدات معامل الصلابة هي $ML^{-1}T^{-2}$، استخدم نظرية الأبعاد لتتحقق من صحة المعادلة:

$$I = \frac{\pi M r^4}{2L}.\theta$$

حيث I هو عزم الازدواج اللازم لِلَي سلك طوله L ونصف قطره r، ومعامل صلابته M خلال زاوية قدرها θ.

٧- يتوقف زمن الذبذبة γ لقطرة صغيرة من سائل تحت تأثير التوتر السطحي على كل من كثافة السائل ρ، نصف قطر القطرة r، والتوتر السطحي السائل T. أثبت باستخدام نظرية الأبعاد أن:

$$\upsilon = C.\ P^{1/2} r^{3/2} T^{-1/2}$$

حيث C ثابت عددي.

***

الباب الثاني
الحركة الخطية

٢– ١ الكميات المتجهة وغير المتجهة: Vectors and Scalars

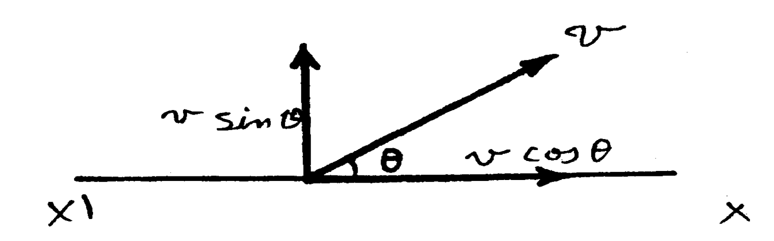
كل كمية طبيعية تحتاج لاتجاه لكي يتم تعريفها تماماً تسمى كمية متجهة، أما الكميات التي لا تحتاج لاتجاه لتعريفها فهي غير متجهة. ومن أمثلة الكميات غير المتجهة: الكتلة– الزمن– الطول– الكثافة. ومن أمثلة الكميات المتجهة: إزاحة جسم متحرك– عجلته– القوة المؤثرة عليه.

٢– ٢ محصلة كميتين متجهتين: Resultant of two vecots

إذا كانت υ_2, υ_1 كميتين متجهتين بينهما زاوية θ فإن محصلتها υ هي:

$$\upsilon = \sqrt{v_1^2 + \upsilon_2^2 + 2\upsilon_1\upsilon_2 \cos\theta}$$

وكما يمكن تحصيل كميتين متجهتين فإنه يمكن تحليل أي كمية متجهة إلى مركبات. فإذا كانت الكمية υ تصنع زاوية θ مع الاتجاه xx1، (انظر شكل ٢–١) فإن مركباتها في اتجاهين متعامدين هما υ coo θ في اتجاه xx^1، υ sin θ في الاتجاه العمودي عليه.



(شكل ٢–١)

مركبات الكمية المتجهة في اتجاهين متعامدين

٢– ٣ محصلة عدد من المتجهات بطريقة التحليل:

نفرض υ_1، υ_2، υ_3، .... مجموعة من المتجهات المتشابهة تؤثر في نقطة. لإيجاد محصلة هذه المجموعة نختار محورين متعامدين x، y ونفرض أن الزوايا التي تصنعها هـذه المتجهـات مع المحور السيني هي θ_1، θ_2، ... على الترتيب.

المركبات السينية لهذه المتجهـات هـي $\upsilon_1\cos\theta_1$، $\upsilon_2\cos\theta_2$، $\upsilon_3\cos\theta_3$، المحـصلة لهذه المركبات السينية هي:

$\upsilon_x = \sum \upsilon\cos\theta$ مجموعة جمعاً جبرياً.

وبالمثل المركبات الصادية لهذه المتجهات هي على الترتيب:

$\upsilon_1\sin\theta_1$، $\upsilon_2\sin\theta_2$، $\upsilon_3\sin\theta_3$، ... ... إلخ.

المحصلة الصادية لهذه المركبات هي:

$\upsilon_y = \sum \upsilon\sin\theta$ مجموعة جمعاً جبرياً.

ويصبح لدينا مركبتان متعامدتان υ_x، υ_y تكون محصلتها هي المحصلة المطلوبة وهي:

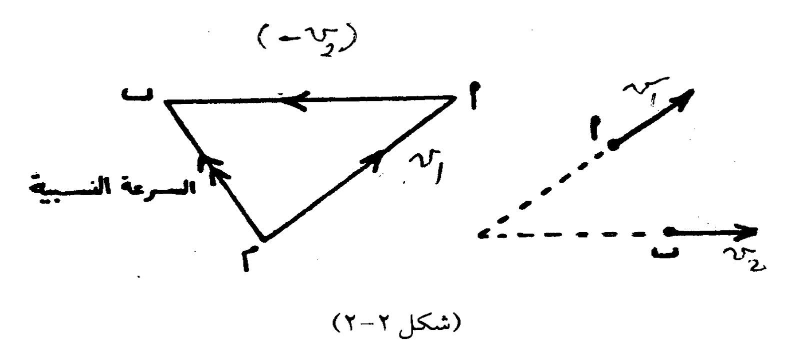
$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} \qquad \text{(2-2)}$$

٢– ٤ الحركة النسبية والسرعة النسبية: Relative motion

حركة جميع الأجسام في الكون الذي نعيش فيه هي حركـة نـسبية ولا توجـد حركـة مطلقة إذا ثبت قطعاً عدم وجود مركز ثابت في الكون تتحرك الأجسام نـسبة إليـه. فـإذا تحرك جسمان ا، ب بسرعتين υ_1، υ_2 على خط واحد تكون سرعة الجسم ١ بالنسبة للجسم ب هي $(\upsilon_1 - \upsilon_2)$ إذا كانا يسيران في نفس الاتجاه بينما تكون $\upsilon_1 - (-\upsilon_2)$ أي $(\upsilon_1 + \upsilon_2)$ إذا كانا يسيران في اتجاهين متعاكسين.

أما إذا تحرك الجسمان على مـستوى ولـيس عـلى خـط واحـد، نفـرض أن م ١ يمثـل السرعة υ_1 للجسم الأول كما مبين بشكل (٢–٢).

نرسم ا ب ممثلاً للسرعة $(-\upsilon_2)$ مقـداراً واتجاهـاً فتكـون الـسرعة النـسبية للجـسم ا بالنسبة للجسم ب ممثلة بالضلع م ب مقداراً واتجاهاً.



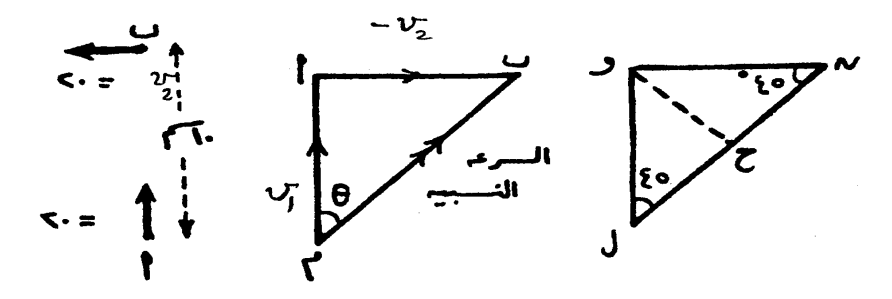
(شكل ٢-٢)

مثال:

تبعد سفينتان عن بعضهما مسافة ١٠ كيلومتر، فإذا كانت الأولى تسير بسرعة ٢٠ كيلومتر في الساعة في اتجاه الشمال والثانية تسير بسرعة ٢٠ كيلو متر في الساعة في اتجاه الغرب، أوجد أقرب بعد بينهما والزمن اللازم لكي يصلا إلى هذا الوضع.

الحل:

نوجد أولاً السرعة النسبية بين السفينتين. نرسم م ١ يمثل السرعة υ_1 للسفينة (شكل ٢-٣)، ثم نرسم الخط أ ب يمثل المتجة ($-\upsilon_2$) مقداراً واتجاهاً فتكون السرعة النسبية ممثلة بالخط م ب.



(شكل ٢-٣)

المثلث م ا ب قائم الزاوية

∴ السرعة النسبية م ب = $\sqrt{٢٠^٢ + ٢٠^٢}$ = ٢٨,٢٨ كم

tan θ = ٢٠/٢٠ = ١ ∴ θ = ٤٥°

تتحرك السفينة أ في اتجاه ل ق بالنسبة السفينة ب فإذا كان ل و = ١٠ كم فإن أقرب بعد بين السفينتين هو العمود و ح حيث و ح = و ل جا ٤٥

= ١٠ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = ٧,٠٧ كيلومتر

زمن الوصول من ل إلى ح، أي زمن قطع المسافة ل ح = و ل حا ٤٥ = ٧,٠٧ كم بسرعة ٢٨,٢٨ كم / ساعة هو:

υ = ٧,٠٧ / ٢٨,٢٨ = ١/ ٤ ساعة

وهو زمن الوصول إلى أقرب بعد بينهما.

٢– ٥ الحركة الخطية للأجسام: Linear motion

إذا تحرك جسم على خط مستقيم وكان يقطع مسافات متساوية في أزمنة متساوية سميت حركته بأنها خطية منتظمة وتعرف سرعته بأنها المعدل الزمني لقطع المسافة ف أي إن:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt} \qquad (2\text{-}3)$$

أما إن لم تكن سرعة الجسم ثابتة مقداراً واتجاهاً فإن معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن يسمى بالعجلة (acceleration) حيث

$$g = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \qquad (2\text{-}4)$$

وتكون العجلة منتظمة عندما يكون التغير في سرعة الجسم في الثانية الواحدة ثابت دائماً.

وإذا ابتدأ جسم في مثل هذه الحركة من حالة سكون فإن سرعته بعد زمن υ هي:

$\upsilon = g.t$

وتكون السرعة المتوسطة للحركة في هذه الفترة الزمنية = $\frac{1}{2}gt$ وبذلك تكون المسافة المقطوعة في الزمن t هي $\frac{1}{2}gt^2$

إذا كانت υ هي سرعة الجسم الابتدائية تكون سرعته بعد زمن

$$\upsilon=\upsilon_o+gt \quad \text{.......................................} (2\text{-}5)$$

السرعة المتوسطة للجسم $\frac{1}{2}(\upsilon_o+\upsilon_o+gt)$

$$=\upsilon_o+\frac{1}{2}gt$$

وتكون الإزاحة في هذه الحالة هي:

$$x=\upsilon_o t+\frac{1}{2}gt^2 \quad \text{.......................................} (2\text{-}6)$$

وبتربيع المعادلة (٢-٥) والتعويض من المعادلة (٢-٦) نحصل على

نحدد القوانين السابقة العلاقة بين الإزاحة والسرعة والعجلة في حالة الحركة الخطية المنتظمة.

$$\upsilon^2=\upsilon_o^2+2gx \quad \text{.......................................} (2\text{-}7)$$

٢- ٦ قوانين نيوتن للحركة:

أرسى نيوتن الأساس لعلم الميكانيكا على ثلاثة قوانين حركة تعرف باسمه هي:

١- تستمر جميع الأجسام في حالة سكون أو في حالة حركة منتظمة في خط مستقيم إلا إذا أثرت عليها قوى خارجية تغير من حالتها.

٢- يتناسب معدل التغير في كمية حركة جسم ما مع القوة التي تؤثر عليه ويكون هذا التغير على الدوام في اتجاه القوة.

٣- لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار ومضاد في الاتجاه.

والقانون الأول يعبر عن فكرة القصور الذاتي للأجسام والتي تكمن في ممانعة أي جسم للحركة إذا كان أصلاً في حالة سكون، وكذلك ممانعته للتوقف عن الحركة إذا كان أصلاً في حالة حركة. أما القانون الثالث فهو يؤكد عدم وجود قوة مفردة إذ لا بد أن يصاحب كل فعل رد فعل.

تعاريف:

كمية التحرك (momentum): هي حاصل ضرب كتلة الجسم في سرعته ووحداتها ك ل ن⁻¹ وبتطبيق قانون نيوتن الثاني الذي ينص على أن القوة هي معدل التغير في كمية التحرك للجسم فإن:

$$\text{القوة}\ F = \frac{m\upsilon_2 - m\upsilon_1}{t_2 - t_1} = m\frac{d\upsilon}{dt} = \text{mg} \quad \text{.........................(2-8)}$$

حيث g هي عجلة التسارع وتكون وحدات القوة هي MLT^{-2} وتقدر بالنيوتن.

الشغل(Work): إذا أثرت قوة F على جسم فأزاحته مسافة x فإن القوة تكون قد بذلت شغلاً قدره حاصل ضرب القوة في المسافة.

W= F. X

وحدة الشغل هي الجول وتتبع نظام متر. كيلوجرام. ثانية أما في نظام سم. جم. ثانية فالوحدة هي الإرج. والجول وحدة تساوي ١٠ ⁷ أرج. وتوجد وحدة للشغل صغيرة جداً هي الإليكترون فولط وتساوي ١,٦ × ١٠ ⁻¹² إرج. وتستخدم عادةً في الطبيعة الذرية.

القدرة (Power): تعرف قدرة الآلة بمعدل بذل الشغل ووحداتها جول لكل ثانية وتسمى بالواط.

$$\text{القدرة} = \frac{\text{الشغل المبذول}}{\text{زمن بذل هذا الشغل}} \quad \text{جول/ ثانية (واط)}$$

وتوجد وحدة شائعة للقدرة هي قدرة الحصان وتساوي ٧٤٦ واط.

طاقة الحركة (Kinetic energy): كل جسم يحتوي على طاقة يستطيع بذل شغل. إذا كانت طاقة الجسم كامنة في حركته فإن طاقته تسمى بطاقة الحركة وهي كمية غير متجهة.

نفرض جسماً كتلته m يتحرك بسرعة ابتدائية υ. إذا تحرك الجسم بعجلة تناقصية g فإنه يصل إلى حالة سكون بعد أن يقطع مسافة x. ويكون الشغل المبذول ضد القوة المحركة يساوي تماماً طاقة حركته.

∴ الشغل المبذول لإيقاف الحركة $F.x = mg^{x}$

ولكن من قوانين نيوتن $\upsilon^2 = \upsilon_o^2 + 2gx$، وبما أن الجسم وصل الحالة سكون فإن υ_o = صفر.

$\therefore$ $\upsilon^2 = 2gx$ وبالتعويض في معادلة الشغل نحصل على:

$\therefore$ الشغل $mgx = \frac{1}{2}mv^2$ وهذا يساوي طاقة الحركة ... ... (٢-٩)

طاقة الموضع Post3ential energy:

عندما يوجد جسم في مجال قوة جاذب فإنه يكتسب طاقة بفضل موضعه من مركز هذه القوة كما هو الحال بالنسبة للجاذبية الأرضية. ويطلق على هذه الطاقة طاقة الموضع. فمثلاً إذا وضع جسم كتلة ك على ارتفاع ف من سطح الأرض ثم ترك ليسقط فإن الشغل المبذول في السقوط يساوي قوة جذب الأرض للجسم مضروباً في مسافة السقوط أي إنه يساوي ك حـ حيث حـ هي عجلة الجاذبية الأرضية.

قانون بقاء الطاقة Law of conservation of energy:

ينص القانون على أنه داخل أي مجموعة معزولة تظل مجموعة الطاقات داخلها ثابتة حتى ولو تحول أي نوع منها إلى نوع آخر. فمثلاً عند سقوط جسم تحت تأثير الجاذبية الأرضية، وباعتبار أن الجسم يكون مجموعة معزولة تتحول طاقة الموضع mgx إلى طاقة حركة $\frac{1}{2}mv^2$، هذا بفرض عدم وجود عوامل تؤدي إلى فقدان الطاقة بأي شكل من الأشكال مثل مقاومة الهواء للحركة.

ومن الجدير بالذكر هنا أن كتلة الجسم وهي كمية المادة بداخله هي نوع من أنواع الطاقة المتجمدة والتي يمكن تحريرها بطرق خاصة. وقد أثبت أينشتين أن الطاقة المتحررة عن إفناء كتلة من المادة قدرها ك هي:

الطاقة المتحررة= الكتلة× مربع سرعة الضوء.

وبالحساب البسيط نجد أن إفناء ما يعادل ١ جرام من المادة ينتج عنه طاقة قدرها 9×10^{13} جول وهذه الطاقة الهائلة هي التي تحدث التأثير التدميري العنيف للانفجارات النووية.

٢ – ٧ التصادم وقانون بقاء كمية التحرك: Impact

إذا تحرك جسم كتلته m تحت تأثير قوة متغيرة F، فمن قانون نيوتن الثاني تكون القوة مساويةً لمعدل التغير في كمية التحرك.

$$\therefore F = \frac{d}{dt}(m\upsilon)$$

$$\therefore F\,dt = d\,(m\upsilon) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2-10)$$

ويطلق على حاصل الضرب F.dt أي القوة في الزمن بدفع القوة على الجسم ووحداتها نيوتن ثانية.

نفرض أن m_1،m_2 هما كتلتي جسمين ا . ب يتحركان بسرعتين υ_1،υ_2 على الترتيب في نفس الاتجاه. عند تصادمهما تكون القوة التي تؤثر بها الجسم أعلى ب مساوية في المقدار ومضادة في الاتجاه للقوة التي يؤثر بها الجسم ب على ا خلال زمن التصادم. أي إن دفع ا إلى ب يساوي دفع ب إلى ا ؛ ولذلك لا يحدث حسب المعادلة (٢-١٠) أي تغير في كمية التحرك قبل وبعد التصادم.

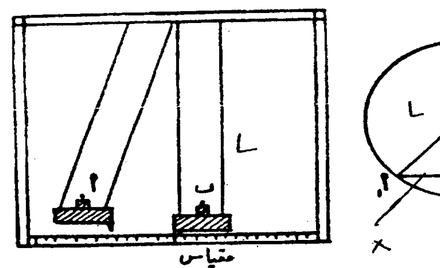
إذا كانت سرعتي الجسمين بعد التصادم هما υ_1،υ_2 فإن :

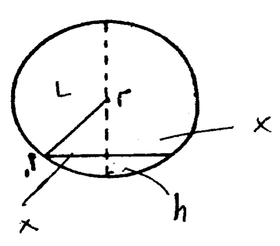
$$m_1 \upsilon_1 + m_2 \upsilon_2 = m_1 \upsilon_1` + m_2 \upsilon_2` \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2-11)$$

ويعرف هذا بقانون بقاء كمية التحرك. وينص على أنه إذا لم تؤثر على الأجسام المتصادمة قوى خارجية فإن كمية التحرك الكلية لهذه الأجسام تظل ثابتة لا تتغير قبل وبعد التصادم.

تحقيق قانون بقاء كمية عمليًا باستخدام الميزان القذفي: Ballistic balance

يركب الميزان القذفي كما مبين بشكل ٢-٤ من كتلتين ا ، ب موضوعتين على كفتي ميزان وكل منهما معلقتان بواسطة أربعة خيوط. ويمكن قياس الإزاحة الأفقية لكل كتلة منها على مقياس مدرج. تزاح الكتلة ا إلى الوضع ا ثم تترك لتسقط فتتصادم مع الكتلة الساكنة ب وتقاس الإزاحة الأفقية س لكل منهما الناتجة عن التصادم.





(شكل ٢-٤)

تتحرك الكتلة ا على قوس من دائرة نصف قطرها L يساوي طول الخيط. إذا كانت h هي مسافة السقوط الرأسي للكتلة ا تكون طاقة حركتها عند أسفل نقطة في المسار هي:

$$m\,g\,x = \frac{1}{2} m\,\upsilon^2$$

$$\upsilon^2 = 2\,g\,h$$

ومن هندسة الحركة (انظر شكل ٢-٤)

$$h\,(2L - h) = x^2$$
$$x^2 = 2\,L\,h$$

ويكون بذلك $\upsilon^2 = \frac{g}{L} x^2 =$

أي إن السرعة تتناسب مع الإزاحة الأفقية الابتدائية للكتلة m_a هي x، وكانت الإزاحة للكتلتين m_a، m_b بعد التصادم هما x_1، x_2 على الترتيب، فإنه يمكن التحقق عملياً بالقياس من أن:

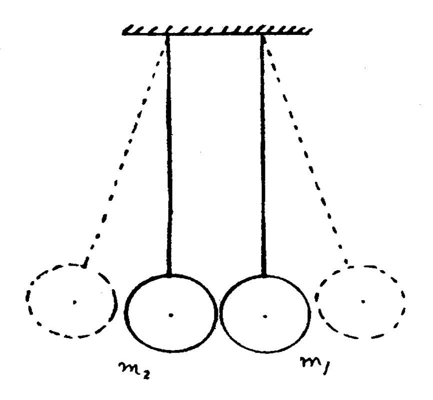
$$m_a x = m_a\,x_1 + m_b\,x_2$$
$$m_a\,\upsilon = m_a\,\upsilon_1 + m_b\,\upsilon_2$$

وهذا يثبت عملياً قانون بقاء كمية التحرك.

٢- ٨ التصادم ومعامل الارتداد:

اعتبر كرتين معلقتين بخيطين كما هو مبين بشكل (٢-٥) ونفرض أن الكرتين قد أزيحتا عن وضع الاتزان ثم تركتا ليسقطا. وأن سرعتهما قبل وبعد لحظة التصادم مباشرة

كانتا (υ_1, υ_2). $(\upsilon_1`, \upsilon_2`)$ على الترتيب.



(شكل ٢-٥)

إذ كان التصادم في اتجاه العمود المشترك عند نقطة التصادم كان خارج قسمة السرعة النسبية بعد التصادم على السرعة النسبية قبل التصادم مقداراً ثابتاً يطلق عليه معامل الارتداد e (coefficient of) (restitutoin ونحصل بذلك على المعادلة:

$$e=-\left(\frac{\upsilon`_1-\upsilon`_2}{\upsilon_1-\upsilon_2}\right)$$

إذا طبقنا قانون بقاء كمية التحرك على المجموعة باعتبارها معزولة فإن:

$$m_1\upsilon_1+m_2\upsilon_2=m_1\upsilon_1`+m_2\upsilon_2`$$

حيث $m_2\ m_1$ هما كتلتى الكرتين على الترتيب

بحل المعادلتين السابقتين نحصل على سرعة الارتداد لكل من الكرتين كما يأتي:

$$\upsilon`_1=\left(\frac{m_1\upsilon_1+m_2\upsilon_2}{m_1+m_2}\right)+e\left(\frac{m_2\ (\upsilon_2\ \upsilon_1)}{m_1+m_2}\right)$$

$$\upsilon`_2=\left(\frac{m_1\upsilon_1+m_2\upsilon_2}{m_1+m_2}\right)-e\left(\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)(\upsilon_2\ \upsilon_1)$$

وتكون بذلك معادلة طاقة الحركة قبل وبعد التصادم هي:

$$\frac{1}{2}m_1 \upsilon_1'^2 + \frac{1}{2}m_2 \upsilon_2'^2 =$$

$$\frac{1}{2}m_1 \upsilon_1^2 + \frac{1}{2}m_2 \upsilon_2^2 - \frac{1}{2}(1-e^2)\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(\upsilon_2-\upsilon_2)^2$$

أي إنه يحدث نقص في طاقة الحركة نتيجة للتصادم غير المرن بمقدار

$$\frac{1}{2}(1-e^2)\frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}(\upsilon_2-\upsilon_2)^2$$

فإذا كان معامل الارتداد e = ١ لا يحدث أي نقص في طاقة الحركة يسمى التصادم في هذه الحالة تام المرونة. ولما كان هذا المعامل لجميع المواد أقل من الوحدة فإنه ينتج عن التصادم فقدان للطاقة التي تظهر على شكل طاقة حرارية. ويبين الجدول الآتي معاملات الارتداد لبعض المواد المعروفة.

(جدول رقم ٢)

المادة	.e	المادة	e
كرات الحديد	٠,٦٦	الزجاج	٠,٩٤
النحاس الأصفر	٠,٣٦	العاج	٠,٨١
الرصاص	٠,٢٠	الفلين	٠,٦٥

***

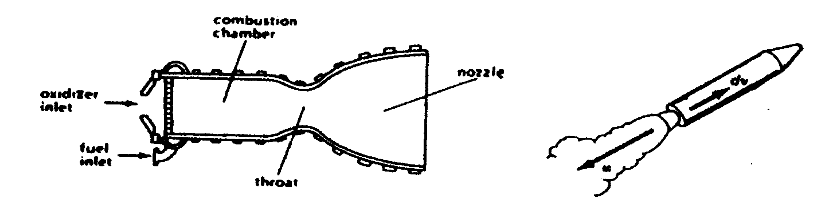
٢ – ٩ آلة الصاروخ :

قوى الدفع:

قديما ثار تساؤل هل يمكن لأي جسم يتحرك ذاتيًا كإنسان أو حيوان أن يكتسب عجلة حركته دون وجود قوة رد فعل من الوسط المحيط؟ ماذا يحدث عندما نمشي؟ إذا وقف إنسان وأخذ خطوة للأمام فإنه يكتسب عجلة حركته من أسفل قدمه. فعندما يضغط بقدمه على الأرض فإنها تدفعه بنفس المقدار كما ينص على ذلك قانون نيوتن الثالث المعروف بقانون أزواج القوى. ويكون رد فعل الأرض هو القوة الدافعة التي تحركه للأمام.

الدفع الصاروخي:

لنرى الآن ماذا يحدث عندما يقف رجل على سطح أملس كسطح بحيرة متجمدة مثلاً. ونفرض أنه قذف حجراً بيده إلى الأمام. يدفع الحجر بالتالي الرجل للخلف مما يجعله ينزلق على السطح الأملس للوراء مكتسباً بذلك سرعة حركته. كلما أراد الرجل أن يتحرك بسرعة أكبر كان عليه أن يقذف الحجر بسرعة أكبر أو ربما توالى قذفه لهذه الحجارة. هذا هو نفس مبدأ الدفع الصاروخي. فاحتراق الوقود في غرفة الاحتراق واندفاع الغازات الناتجة من فتحة ضيقة (بسرعات كبيرة) خلف الصاروخ تدفعه للأمام بقوة دفع تعادل قوة اندفاع غازات الاحتراق خارجة من فتحته. وعادة ما يكون الوقود المستخدم هيدروجين وأوكسجين سائلين وبحرقهما ينتج بخار ماء له ضغط كبير يدفع الصاروخ للأمام عند خروجه من الخلف. (انظر شكل ١ – ١٤).



(شكل ١ – ١٤) الدفع الصاروخي

حركة جسم (كالصاروخ مثلاً) كتلته متغيرة:

تعتمد قوى الدفع الصاروخي على قوة رد الفعل. فالآلة تؤثر على الوسط المحيط بقوة خلفية مما يسبب حركتها للأمام. عند خروج الصاروخ من الهواء الجوي تختفي قوة رد فعل الهواء المسبب لحركة الصاروخ. وتكون الحركة أصعب عندما يتحرك الصاروخ في فضاء الكون بعيداً عن الهواء الجوي أو أي وسط يمكن له أن يحدث رد الفعل المطلوب للحركة. في هذه الحالة تعتمد حركة الصاروخ على الغازات المقذوفة من آلة احتراقه إذ إنه عند خروج هذه الغازات من الخلف بسرعات كبيرة تدفع الصاروخ للأمام تماماً كحركة الرجل الواقف على مستوى أملس إلى الخلف عندما يقذف حجراً للأمام.

لإيجاد معادلة الحركة للصاروخ بدلالة كتلته المتغيرة نفرض أن سرعة الجزئيات للغازات المقذوفة للخارج واحدة وتساوي (u) بالنسبة للصاروخ وأنها تتحرك جميعها في اتجاه عكسي لإتجاه حركته.

بتطبيق قانون بقاء كمية الحركة (الزخم) نحصل على معادلة الحركة كما يأتي:

أثناء الحركة تقل كتلة الصاروخ بخروج الغازات من غرفة الاحتراق.

نفرض أن كتلة الصاروخ الابتدائية وهو محمل بالوقود = m_o .

عند لحظة ما أثناء الانطلاق تكون السرعة u وكمية الحركة mu بعد فترة زمنية dt من هذه اللحظة تقل كتلة الصاروخ بمقدار dm وهي كتلة الوقود المحترق في هذه الفترة.

السرعة النسبية لغازات الاحتراق بالنسبة للصاروخ = u_n

السرعة النسبية للغازات بالنسبة للأرض = $(u - u_n)$

كمية الحركة لجزيئات غازات الاحتراق في الزمن dt تساوى

$(u - u_b)\ dm$

عند نهاية الفترة الزمنية dt تصبح سرعة الصاروخ $(u + du)$ وكتلته $(m - dm)$ وتكون كمية حركة الصاروخ عند نهاية هذه الفترة هي

$(m - dm)(u + du)$

ومن قانون نيوتن الثاني: "القوة تساوي معدل التغير في كمية الحركة"

$d(mu)/dt = -mg$

وبتطبيق ذلك على قوة الدفع خلال الفترة الزمنية dt نحصل على:

$$(m-dm)\ (u+du)\ T+dm\ (u-u_n) - mu= -mg\ dt$$
$$m\ (du/dt) = u_n\ (dm/dt) - mg$$

وتكون عجلة الصاروخ هي (du/dt) وتتحدد بالمعادلة السابقة.

وواضح أنه كلما ارتفع الصاروخ لأعلى تقل قيمة عجلة الجاذبية الأرضية (g) كما تقل أيضاً كتلته ؛ ولكن يظل معدل الاحتراق (dm/dt) ثابتاً.

ولإيجاد سرعة الصاروخ عند أية لحظة نكامل المعادلة السابقة مع وضع إشارة سالبة للمقدار (dm /dt) حيث إن الكتلة تتناقص مع الزمن، أي إن:

$$m\ (du/dt)= -u_n\ (dm/dt) - mg$$
$$\int du = -u_n\ m_o \int^{m} dm/m - g \int dt$$
$$u = u_{n\ no} \ln\ (m_o/m) - g\ t$$

وتعطي هذه المعادلة سرعة الصاروخ عند أية لحظة t بعد انطلاقه بدلالة كتلته الابتدائية m_o وكتلته عند تلك اللحظة m والسرعة النسبية لغازات الاحتراق (u_n) بالنسبة للصاروخ وتعتمد هذه السرعة على آلة الاحتراق في الصاروخ.

الخروج من بئر الجاذبية الأرضية

المجال الجاذب والجهد:

اعتبر جسماً كتلته (m) عند سطح الأرض واقع تحت تأثير قوة جذب الأرض له (F) في اتجاه مركزها بمقدار (mg). المجال الجاذب للأرض عند نقطة معينة يساوي قوة جذب الأرض لكتلة مقدارها الوحدة موجودة في تلك النقطة. وتكون عجلة الجاذبية الأرضية (g) عند هذه النقطة هي:

$$g = F/m= - G\ M_e/ r^2$$

حيث G ثابت الجاذبية العام لنيوتن، M_e كتلة الأرض. وتكون هذه العلاقة صحيحة فقط لأي نقطة عند سطح الأرض.

تعرف عادة طاقة الجهد لجسم بالقرب من سطح الأرض بأنها:

$U = m\ g\ d$ حيث (d) ارتفاع الجسم عن سطح الأرض. وهذه العلاقة تكون صحيحة أيضاً فقط بالقرب من سطح الأرض، إذ إن قوى التجاذب بين أي جسمين

تتناسب عكسياً مع مربع المسافة بينهما وعلى ذلك تعتمد طاقة جهد الجسم على مقدار ارتفاع الجسم عن السطح أي على مقدار بعده عن مركز الأرض.

إذا أزيح قرباً جسم ما (m) من نقطة جهده فيها (U_i) إلى نقطة تبعد عن الأولى مسافة (dr) حيث يكون جهده (U_f) يتغير الجهد بمقدار (dU) حيث:

$$dU = U_f - U_i = - \int_i^f F(r)\, dr$$

ويساوي ذلك الشغل المبذول في تحريك الجسم من النقطة i إلى النقطة f .

$$U_f - U_i = - G M_e m (1/r_f - 1/r_i)$$

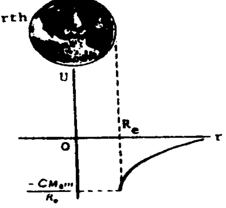
ويلاحظ أن قيمة الجهد سالبة وتزداد كلما ازداد الجسم بعداً عن الأرض حتى يصبح الجهد صفراً عندما يبعد بمسافة لا نهائية أي عندما تصير ($r_i=\infty$). وبذلك تكون قمية الجهد الجاذب لأي جسم (m) يبعد مسافة (r) عن مركز الأرض هو:

$$U(r) = - G M_e m / r$$

وعموماً ينطبق ذلك على جهد الجاذبية بين أي جسمين كتلتيهما (m_1&m_2) يفصل بينهما مسافة (r) حيث يساوي الجهد:

$$U = - G m_1 m_2 / r$$

ويلاحظ أن الجهد سالب حيث إن القوى بين الجسمين جاذبة ويتضح من ذلك أن جهد كلا الجسمين يتلاشى تماماً عندما تصير المسافة بينهما لا نهائية. (انظر شكل ١-١٥)، أي عندما لا يربط بينهما أي قوى جاذبة.



شكل (١-١٥). تغير جهد الأرض للأجسام(U) مع بعدها عن سطح الأرض (r). نصف قطر الارضRe.

حركة الأقمار والكواكب

اعتبر قمراً صناعياً كتلته (m) يتحرك بسرعة (V) حول الأرض (M_e) ليكوِّنا نظاماً مكوَّناً من جسمين. تساوي الطاقة الكلية (E) للنظام مجموع طاقة الحركة للقمر (K) وطاقة الموضع للنظام (U) أي إن:

$$E = K + U$$

إذا كان نصف قطر المسار للقمر (r) تكون طاقة النظام:

$E = \frac{1}{2} mv^2 - G M_e m/r$

وإذا كان القمر يتحرك في مدار مستقر تكون الطاقة الكلية سالبة ($E<O$).

من قانون نيوتن الثاني تتساوى القوة الجاذبة المركزية مع القوة الطارد.

أي إن: $mv^2/r = G M_e m/r^2$

ومنها $1/2 mv^2 = G M_e m/2r$

وتصبح الطاقة الكلية للنظام المترابط بقوة التجاذب النيوتوني

$E = -G M_e m/2r$

ويلاحظ أن طاقة الحركة موجبة وتساوي نصف طاقة الموضع. وتساوي الطاقة الكلية E للنظام طاقة ترابطة.

تغير المسار لقمر صناعي:

إذا أردنا تغيير مسار قمر صناعي كتلته (m) يتحرك في مدار نصف قطره ($2\ R_e$) حيث ($2R_e$) هو نصف قطر الأرض، إلى مسار آخر نصف قطره ($3\ R_e$) نستخدم معادلة الطاقة الكلية للنظام قبل التغيير (E_i) وبعده (E_f): $E_i = - G M_e m / 4R_e$

$E_f = - G M_e m / 6R_e$

الشغل المبذول الذي يجب بذله لتغيير المسار وزيادة طاقته الكلية هو:

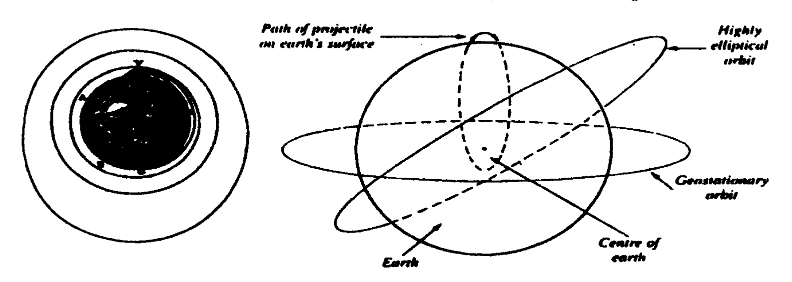
$$W = E_f - E_i = - (G M_e m/ 6R_e) - (- G M_e m/ 4R_e)$$
$$= G M_e m/ 12 R_e$$

فمثلاً إذا كانت كتلة القمر ١٠٠٠ كيلو جراماً يكون الشغل المطلوب لتغيير المسار هو: 5.2×10^9 Joule وهذه طاقة تعادل ما يقرب من أربعين جالوناً من الوقود. ويجب ملاحظة أن جزءاً من هذا الشغل يبذل في زيادة طاقة الموضع بينما يبذل الجزء الآخر في إنقاص سرعة القمر وطاقة حركته في المدار الجديد.

سرعة الهروب والعجلة:

نحن جميعًا ساقطون في بئر الجهد الأرضي حيث تجذبنا الأرض دائماً إلى أسفل. ولكن إذا أرسلت قذيفة من الأرض بسرعة ٨ كيلو متر في الثانية فإنها لن تسقط ثانية للأرض ولكنها تدور حولها في مسار اهليلجي (شكل ١-١٦). أما إذا كانت سرعة القذف أقل

من ذلك فإنها تدور في مسار حلزوني يتناقص غلى أن تصطدم بالأرض.



شكل (١-١٦). أمثلة للمسارات الاهليليجية حول الأرض.

يمكن فهم العلاقة بين حركة الصواريخ والقذائف الباليستية وحركة الأقمار الصناعية إذا تخيلنا عملية إطلاق صاروخ من قمة جبل مرتفع. إذا كانت سرعة القذف صغيرة تأخذ حركة الصاروخ مسار قوس من قطع ناقص ينتهي عند الأرض. كلما ازدادات سرعة القذف كلما بعدت نقطة سقوط الصاروخ على الأرض من مكان إطلاقه على الجبل، حتى إذا أصبحت السرعة ٨ كيلومتراً في الثانية تصبح قوة الجذب المركزي للأرض مساوية للطرد المركزي بسبب الحركة المدارية فتتزن القذيقة عندئذ في مسارها حول الأرض ولا تعود إلى الأرض ثانية. ويوضح هذا المثل أن الحركة المدارية للأقمار ما هي إلا حركة سقوط حر كما تنبأ بها نيوتن عندما ربط بين سقوط التفاحة وحركة القمر الطبيعي حول الأرض.

تسمى السرعة اللازمة لقذف جسم ليتحرك - كقمر صناعي- حول الأرض بالسرعة المدارية اللازمة بينما تسمى السرعة اللازمة لكي يخرج الجسم تماماً من مجال الجاذبية الأرضية بسرعة الهروب وتساوي ١١،٢كم/ ثانية.

حساب سرعة الهروب والسرعة المدارية:

تعطي طاقة الترابط لنظام يتكون من قمر صناعي كتلته (m) يتحرك بسرعة (V) حول الأرض في مسار نصف قطره (r) بالمعادلة:

$$E = 1/2\ mv^2 - G\ M_e\ m/r$$

عندما نقذف جسماً من سطح الأرض (بعده عن المركز R_e) بحيث يخرج تماماً من نطاق الجاذبية الأرضية يكون الترابط بينه وبين الأرض صفراً تتلاشى طاقة ترابط النظام المكون من الجسم والأرض ($E=0$) وتكون سرعة القذف عندئذ هي سرعة الهروب (V_{esc}).

$$E = 0 = 1/2\ m\ v^2_{esc} - G\ M_e\ m/\ R_e$$

$$1/2\ m\ v^2_{esc} = G\ M_e/R_e$$

وهذا يعني أنه لكي نحرر جسماً من فعل الجاذبية الأرضية يجب اعطاؤه طاقة حركة تساوي على الأقل طاقة موضعه عند سطح الأرض.

$$V_{ese} = (2\ G\ M_e/R_e)^{1/2}$$

ويجب ملاحظة أن سرعة الهروب لا تتوقف عند كتلة الجسم المقذوف. وإذا زادت سرعة القذيفة عن سرعة الهروب (V_{esc}) يحتفظ الجسم المتبقي من طاقة القذف على شكل طاقة تحركه في فضاء الكون بعد هروبه من جاذبية الأرض.

أما الحصول على سرعة مدارية حول الأرض تتساوى قوة الجذب المركزي ($G\ M_e m/\ R^2$) مع الطرد المركزي ($m\ V^2_{orb}/\ R$) حيث R هو نصف قطر المسار باعتباره دائرياً.

$$V_{orb} = (G\ M_e/R)^{1/2}$$

تعطي هذه المعادلة السرعة المدارية التي يجب أن يقذف بها الجسم ليتحرك كقمر صناعي حول الأرض. ولما كان بعد المسار عن سطح الأرض صغيرًا عادةً بالنسبة لنصف قطر الأرض؛ لذلك يمكن التعويض في المعادلات السابقة باعتبار أن نصف قطر المدار مساوياً لنصف قطر الأرض R_e وعندئذ نجد أن:

سرعة الهروب = ١١،٢ كيلومتر/ ثانية.

السرعة المدارية = ٨ كيلو متر/ ثانية.

وبالحساب البسيط يمكن معرفة أن الطاقة اللازمة لوضع قمر صناعي كتلته ٥٠٠٠ كجم في مدار حول الأرض تساوي ١،٦ × ١٠ ¹¹ جول تقريبًا.

بيان كتل الكواكب والأقمار الطبيعية وسرعة الهروب منها:

الكوكب	كتلته (كجم)	سرعة الهروب (كم/ث)
عطارد	٣،١٨ ÷ ١٠ ^٢٣^	٤،٣
الزهرة	٤،٨٨ × ١٠ ^٢٤^	١٠،٣
الأرض	٥،٩٨ × ١٠ ^٢٤^	١١،٢
المريخ	٦،٤٢ × ١٠ ^٢٣^	٥،٠٠
جوبتر	١،٩ × ١٠ ^٢٧^	٦٠،٠٠
ساترن	٥،٦٨ × ١٠ ^٢٦^	٣٦
أورانوس	٨،٦٨ × ١٠ ^٢٥^	٢٢
نبتون	٨،٦٨ × ١٠ ^٢٦^	٢٤
بلوتو	١،٤ × ١٠ ^٢٢^	١،١
القمر حول الأرض	٧،٣٦ × ١٠ ^٢٢^	٢،٣
الشمس	١،٩٩ × ١٠ ^٣٠^	٦١٨

عجلة الحركة للقمر الطبيعي:

الزمن الدوري للقمر حول الأرض هو ٢٧،٣٢ يوماً ($T=27.32 days$) (اليوم يساوي ٢،٣٦ × ١٠ ^٦٠^ ثانية).

المسافة المتوسطة بين الأرض والقمر r_m هي:

$$R_m = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$$

توجد نتيجة حركة القمر حول الأرض عجلة جاذبة a_m تساوي

$$a_m = V^2 / r_m$$

حيث V هي سرعة القمر في مداره حول الأرض وتساوي

$$V = 2 \pi r_m / T$$

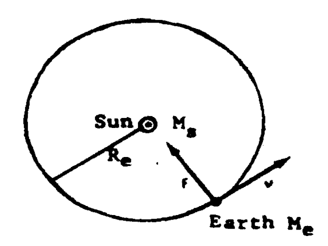
حيث T هو الزمن الدوري للقمر حول الأرض. وبالحساب نجد أن عجلة حركة القمر هي:

$$a_m = (2 \pi r_m / T)^2 / r_m$$
$$= 2.72 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

كتلة الشمس:

أثبت كبلر في قانونه الثالث لحركة الكواكب أن مربع الزمن الدوري لحركة أي كوكب يتناسب مع مكعب نصف القطر الرئيسي في مساره الاهليليجي حول الشمس. فإذا اعتبرنا أن M_e هي كتلة الأرض وأنها تتحرك في مسار دائري تقريباً نصف قطره R_e (شكل ١-١٧) تتساوى قوة التجاذب بينها وبين الشمس مع قوة الطرد المركزي نتيجة لحركتها في مدار مستقر أي إن:

$$G\ M_s M_e/R_e^2 = M_e V^2/R_e$$



(شكل ١-١٧)

حيثM_s هي كتلة الشمس، V السرعة المدارية للأرض حول الشمس وتعطي بالمعادلة

$$V=2\pi\ R_e/T$$

حيث T هو زمن دوران الأرض حول الشمس ويساوي ٣،١٥٦×١٠ ^٧^ ثانية.
وبالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على:

$$(G\ M_s/R_e) = (2\pi\ R_e/T)^2$$
$$T^2 = (4\pi^2 / G\ M_s)\ R_e^3$$

ومن ذلك يمكن تقدير كتلة الشمس M_s باعتبار أن المسافة بين الأرض والشمس هي:

$$R_e = 1.496 \times 10^{11}\ m$$
$$M_s = 4\pi^2 R_e^3 / G\ T^2 = 1.99\times10^{30}\ kg$$

سخونة الصوارخ باحتكاك الهواء:

من المعروف بأن انتقال الحرارة من جسم لآخر يتم بواحد أو أكثر من الطرق الاتية:

١ - الحمل ٢ - التوصيل ٣- الإشعاع

أما عن تيارات الحمل فتوجد فقط في الغازات والسوائل؛ وذلك لأن جزئياتها حرة الحركة مما يسمح بالتدفق والانتقال من الجزء الساخن إلى الجزء البارد بفعل اختلاف الكثافة بين الأجزاء الباردة والساخنة.

أما عملية التوصيل الحراري فتتم في الأجسام عن طريق الانتشار الحراري بفعل انتقال الطاقة من الجزيئات التي طاقة الحركة لها كبيرة إلى الجزيئات المجاورة ذات طاقة الحركة الأقل. وتتم تلك العملية عن طريق قوى الترابط المرنة بين الجزئيات في حالة الأجسام الصلبة. ويختلف التوصيل الحراري في الجوامد من موصل جيد للحرارة إلي عازل لها.

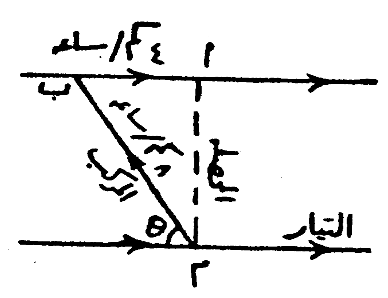
إذا ما انطلقت سفينة فضاء بصاروخ من سطح الأرض فإنها تقابل بقوى مضادة لحركتها نتيجة لاحتكاكها بالهواء الجوي ويتحول بذلك جزء من طاقة الحركة إلي طاقة حرارية تعمل علي تسخين السطح الخارجي للصاروخ. وتزداد خطورة هذه الحرارة على الصاروخ كلما ازدادت سرعة حركته خاصة في الأجزاء الكثيفة من الهواء الجوي بالقرب من سطح الأرض مما قد يؤدي إلي تدمير الصاروخ تماماً. لذلك فمن الضروري العمل علي تغطية السطح الخارجي للصاروخ بغلاف عازل للحرارة يحمي الصاروخ وحمله من أن يحترق بفعل تلك الحرارة الهائلة عند اختراقهما للهواء الجوي في لحظات الانطلاق الأولى وقبل الخروج من منطقة الهواء الجوي.

ولكي نختار المادة العازلة المناسبة لتكون الغلاف الواقي من هذه الحرارة، من الضروري معرفة خواص العزل لها وذلك بقياس معامل التوصيل الحراري للمادة.

تمارين

١ - مركب تسير بسرعة ٨كم/ ساعة في الماء الساكن. أوجد مقدار الزاوية مع الشاطئ التي يجب أن تسير في اتجاهها لكي تصل إلى نقطة مقابلة تماماً إذا كانت سرعة

المياه في النهر ٤كم / ساعة.



(شكل ٢-٧)

الحل: لكي تصل المركب للنقطة المقابلة ا يجب أن تسير في أنحاء ب حيث تعمل زاوية θ مع الشاطئ. المثلث م ب ا هو مثلث السرعات فيه م ب = ٨ ويمثل المركب، ب ا = ٤ ويمثل سرعة التيار فتكون المحصلة للحركة هي م ا حيث:

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{م ب}} = \cos\theta \frac{1}{2} \qquad \therefore \theta = 60^\circ$$

٢- قذفت كرة رأسياً إلى أعلى وعادت ثانيةً إلى نقطة القذف بعد ٤ ثوان. أوجد السرعة الابتدائية. (ج= ٩٨٠سم / ثانية^2)

الحل: اعتبر الاتجاه الرأسي إلى أعلى اتجاهاً موجباً للقياس. عجلة الجاذبية الأرضية إلى أسفل = ٩٨٠سم/ ثانية^2.

∴ بعد ٤ ثوان تكون الإزاحة x = صفر لأن الجسم قد عاد إلى موضعه

$$\therefore\ x = \upsilon_o + \frac{1}{2} g t^2$$

$$\therefore\ o = \upsilon_o \times 4 + \frac{1}{2} \times -980 \times 16$$

υ_o = ١٩٦٠سم/ ثانية = ١٩,٦ متر/ ثانية.

٣- مضخة حريق ترفع الماء إلى ارتفاع أربعة أمتار فوق سطح نهر وتفرغ المياه خلال ماسورة قطرها ٤ سم بسرعة ٥٠ متر/ ثانية. أوجد القدرة الآتية.

(حـ = ٩٨٠سم/ ثانية).

الحل: باعتبار كثافة الماء = ١ تكون الماء المـارة خـلال الماسـورة في الثانيـة = مـساحة المقطع × سرعة الماء.

معدل التدفق = $\pi\upsilon^2 . \upsilon = m$ جم/ ثانية

طاقة الحركة للمياه في الثانية $\frac{1}{2} m \upsilon^2$ إرج/ ثانية

الزيادة في طاقة الموضع $m \, \upsilon \, x$ إرج/ ثانية

القدرة = معدل بذل الشغل

$= \frac{1}{2} m \upsilon^2 + m \upsilon x$ إرج/ ثانية

$$m(\frac{1}{2}\upsilon^2 + g\,x)$$

$$= \frac{٢٢}{٧} \times ٤ \times ٥٠٠٠ \left(\frac{١}{٢} \times ٢٥ \times ١٠^{٦} + ٩٨٠ \times ٤٠٠\right)$$

= ٨١٠٣٥ × ١٠ ^{٧} إرج/ ثانية = ٨١٠٣٥ جول/ ثانية

٤– طريق يتجه من الشمال إلى الجنوب يتقاطع مع آخر يتجه من الشرق إلى الغـرب. تتحرك سيارة من الغرب بسرعة ٤٠كم/ ساعة وأخرى من الـشمال بـسرعة ٦٠ كجـم/ ساعة. إذا كانت الـسيارتان تبعـدان عـن نقطـة تقـاطع الطـريقين ٢٠٠، ٤٠٠ مـتر عـلى الترتيب وتتجهان إليها. أوجد السرعة النسبية للسيارتين وأوجـد أقـل مـسافة ستفـصل بينهما وعَيِّن مكانهما عند هذه اللحظة.

٥– خرطوم مياه يخرج ١٠٠ سم^{٣} من الماء في الثانيـة خـلال فتحـة قطرهـا ١٠مـم. أوجد مقدار الدفع الخلقي على يد من يمسك بالخرطوم؟

٦– ينزلق جسم على مستوى أملس مائل بزاوية ٣٠° على الأفقـي، احـسب سرعتـه بعد انزلاقه ٨ أمتار من حالة السكون والزمن الذي يقطع فيه هذه المسافة؟

(الجواب: ٨٨٥سم/ ثانية، ١,٨١ ثانية)

٧- إناءين يزن كل منهما ٢ كيلوجرام يتصلان بحبل خفيف يمر على بكرة حرة الحركة. سقطت كتلة واحد كيلوجرام من مادة رخوة من ارتفاع ١٠ أمتار في أحد الإناءين أوجد سرعة المجموعة عند التصادم وكذلك عجلة الحركة لها بعد ذلك. (حـ= ٩,٨ متر/ ثانية٢).

الحل: نوجد أولاً سرعة المادة الرخوة ع ١ عند وصولها للإناء باستخدام قوانين نيوتن للحركة.

$$\left. \begin{aligned} \upsilon_1^2 &= \upsilon_o^2 + 2gx \\ &= O + 2gx \end{aligned} \right)$$

∴ υ_1 = ١٤ متر/ ثانية

نفرض أن سرعة المجموعة بعد التصادم هيυ. بتطبيق قانون بقاء كمية التحرك:

∴ ١ × ١٤ = (٢+٢+١) ع

υ = ٢,٨ متر/ ثانية.

لإيجاد عجلة الحركة بعد التصادم نفرض أن قيمتها `g وأن الشد في الحبل T.
أصبحت كتلة الإناء ا ٣ كيلوجرامات فيكون الثقل إلى أسفل39.

∴ القوة الكلية المؤثرة إلى أسفل على الإناء ا (T − 39)

∴ (39-T) = 3 g`

القوة المؤثرة إلى أعلى على الإناء ب T- 29

∴ T = 29 = 29`

وبإضافة المعادلتين السابقتين لحذف ش نحصل على `g = 5 g

أي إن `g = $\frac{١}{٥}$ × ٩,٨ = ١,٩٦ متر/ ثانية٢

***

الباب الثالث

الحركة الدورانية والقصور الذاتي

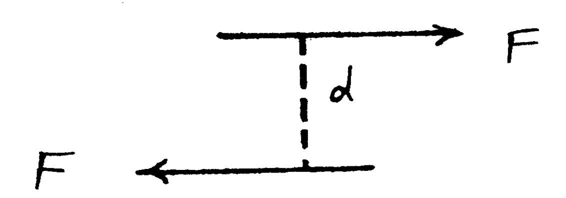
١-٣ تعاريف:

عندما يتحرك جسم ما حول محور لا ينتج عن ذلك إزاحة انتقالية للجسم ككل ولكن تكون الإزاحة دورانية وتقاس بالزاوية التي دارها الجسم. وتعرف سرعة الجسم الدروانية. ω بأنها معدل تغير الإزاحة الزاوية بالنسبة للزمن، أي إن:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{\gamma}$$ حيث γ هي زمن الدورة الكاملة.

إذا كانت F هي القوة المحدثة للحركة الدورانية فإن حاصل ضرب القوة في المسافة العمودية بين اتجاه تأثيرها والمحور تسمى بعزم القوة حول المحور، ويبين العزم مدى تأثير القوة في إحداث دوران للجسم.

الازدواج: يتركب من قوتين متساويتين مقداراً ومتضادتين اتجاهاً. ولكنهما لا يعملان على خط تأثير واحد.



(شكل ٣-١)

عزم الازدواج = القوة × المسافة العمودية.

= F. d

ويمكن للازدواج أن يتزن بتأثير ازدواج آخر يساويه في المقدار ويُضادُه في الاتجاه.

٣ – ٢ حركة نقطة مادية في دائرة: Motion in a circle

نفرض نقطة مادية تتحرك على محيط دائرة نصف قطرها نق بسرعة منتظمة υ.

نفرض أن النقطة قد قطعت مسافة dx على محيط الدائرة في زمن dt. تكون السرعة الخطية هي:

$$\upsilon = \frac{dx}{dt}$$

لكن $dx = r.\,d\theta$ حيث $d\theta$ هي الزاوية عند المركز المقابل لهذا القوس.

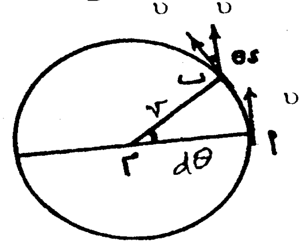
$$\upsilon = r\frac{d\theta}{dt} \qquad (3-1)$$

$$\upsilon = r \cdot \omega$$

القوة الطاردة المركزية: Centrifugal force

نفرض أن النقطة المتحركة تأخذ الوضع ا عند لحظة ما وأن سرعتها المنتظمة هي υ في اتجاه المماس للدائرة.

بعد زمن dt تكون النقطة قد انتقلت إلى الوضع ب ويكون نصف القطر ا قد قطع زاوية صغيرة $d\theta$



(شكل ٣-٢)

العجلة هي معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن وتنشأ العجلة في هذه الحالة من تغير اتجاه السرعة المنتظمة ع أثناء الحركة على الدائرة.

التغير في السرعة في اتجاه المماس بعد الزمن $dt = \upsilon - \upsilon \cos d\theta$

ولما كانت dθ زاوية صغيرة

$$\therefore \cos d\theta = 1$$

∴ التغير في السرعة في اتجاه المماس = صفر

التغير في السرعة في اتجاه نصف القطر بعد الزمن dt

$$= o - \upsilon \sin d\theta$$
$$= - \upsilon . d\theta$$

$\sin d\theta = d\theta$ تقريباً

والإشارة السالبة تعني هنا أن التغير في اتجاه نصف القطر للداخل ناحية المركز م.

∴ العجلة في اتجاه المركز = $\upsilon.\omega = \upsilon \frac{d\theta}{dt}$

لكن $\upsilon = \upsilon . \omega$

∴ العجلة = $\frac{\upsilon^2}{r} = \omega^2 r$ ...... (٣-٢)

إذا كانت كتلة نقطة المادة m فإن القوة المركزية الناتجة عن دورانها في دائرة $m_{1o}{}^2\upsilon$ وتتجه نحو المركز. ويكون السبب في ظهور هذه القوة المركزية هو نفس العامل المسبب للحركة الدائرية للجسم.

ولما كان لكل فعل رد فعل مساو له في المقدار ومضاد في الاتجاه ينتج عن ذلك قوة طاردة مركزية عكس اتجاه القوة الأولى وذلك لحفظ الاتزان الحركي. ومثال ذلك الحركة الدورانية لجسم (قطعة حجر مثلاً) مربوط في خيط وهو ما يسمى بالمقلاع. يؤثر الخيط بقوة على الحجر وتكون في اتجاه الخيط ناحية المركز بينما يعمل الحجر نظراً لكتلته على مقاومة القوة المركزية بقوة طاردة تساويها؛ ولذلك نجد أنه عندما يترك طرف الخيط حرًّا من اليد أثناء حركة المقلاع يندفع الحجر المثبت في الطرف الآخر بعيداً عن المركز الجاذب بسبب تأثير هذه القوة الطاردة.

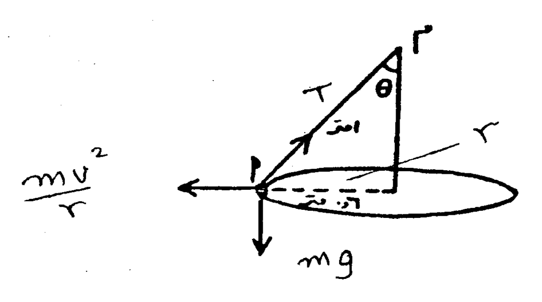
مثال:

الكتلة المعلقة في خيط بندول طوله متر هي ١ كيلو جرام. إذا تحركت الكتلة في دائرة أفقية نصف قطرها ٠,٦ متر أوجد الشد في الخيط وكذلك الزمن الدوري.

(حـ = ٩٨ متر/ ثانية^٢)

الحل:

نفرض أن θ هي زاوية الحركة لهذا البندول المخروطي، وهي الزاوية التي يصنعها الخيط م ا مع الرأسي (شكل ٣-٣) وأن الشد في الخيط هو T تؤثر على الكتلة m نتيجة للحركة الدائرية قوة طاردة مركزية $\frac{m\upsilon^2}{r}$ متجهة للخارج.



(شكل ٣-٣)

بتحليل القوى المؤثرة على الكتلة m في الاتجاهين الأفقي والرأسي على الترتيب نحصل على:

$$T\sin\theta = \frac{m\upsilon^2}{r}$$

$$T\cos\theta = m\,g$$

من هندسة الشكل وبوضع r = ٠,٦ متر وطول الخيط = ١ متر

$$\therefore \sin\theta = \frac{3}{5}, \cos\theta = \frac{4}{5}$$

$$\therefore T = \frac{mg}{\cos\theta} = 9{,}8 \times \frac{5}{4} = 12{,}25$$ نيوتن

سرعة الحركة= $\upsilon = \sqrt{\frac{T\,r\cos\theta}{m}} = \sqrt{12{,}25 \times 0{,}6 \times \frac{3}{5}}$

= ٢,١ متر/ ثانية.

السرعة الزاوية = $\omega = \frac{\upsilon}{r} = \frac{1,2}{0,6} = 5,3$

الزمن الدوري = $\frac{2\pi}{\omega}$ = ٨,١ ثانية

يلاحظ أنه بإيجاد خارج قسمة مركبات القوى في الاتجاهين الأفقي والرأسي يمكن استنتاج قاعدة عامة للزمن الدوري للبندول المخروطي وهي:

الزمن الدوي= $2\pi\sqrt{\frac{\ell\cos\theta}{g}}$ حيث ℓ

الميل في سطح الطرق عند المنحنيات:

إذا تحركت سيارة مثلاً بسرعة υ على منحنى في طريق نصف قطره r فإنها تقع تحت تأثير عجلة طاردة مركزية تساوي $\frac{\upsilon^2}{r}$

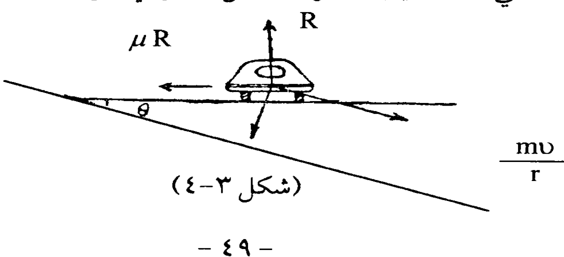
إذا كان الطريق أملساً فإن السيارة تندفع خارجه بعيداً عن مركز الانحناء ويتسبب ذلك في وقوع حادث. وللتغلب على هذه الصعوبة، خصوصاً في الطرق التي تسير فيها بسرعة، يصمم الطريق بحيث يرتفع مقطعه المستعرض في الأجزاء المنحنية من الخارج عنه في الأجزاء داخل المنحنى.

نفرض أن θ هي الزاوية التي يميلها سطح الطريق على الأفقي (شكل ٣-٤) من تحليل القوى المؤثرة على السيارة في اتجاه سطح الطريق وفي الاتجاه العمودي عليه نحصل على:

$$m\,g\sin\theta = m\frac{\upsilon^2}{r}\cos\theta$$

$$m\,g\cos\theta = R$$

حيث m هي كتلة السيارة R هو رد الفعل العمودي على الطريق.



(شكل ٣-٤)

أي إن $\tan\theta = \frac{\upsilon^2}{r.g}$

وتعطى هذه المعادلة الزاوية θ التي يجب أن يكون عليها ميل الطريق حتى لا تنقلب السيارة إذا سارت بسرعة أقصاها υ.

عندما يكون سطح الطريق خشناً أي في حالة وجود احتكاك معاملة μ

تكون قوة الاحتكاك μR

وتحليل القوى نحصل على:

$$m\,g\sin\theta = \mu R$$
$$= \frac{m\upsilon^2}{r}\cos\theta$$
$$R = m\,g\cos\theta$$
$$\frac{m\upsilon^2}{r}\cos o = mg\sin\theta + \mu\, m\, g\cos\theta$$

وبالقسمة على $m\,g\cos\theta$ نحصل على:

$$\tan\theta = \frac{\upsilon^2}{r.g} - \mu$$

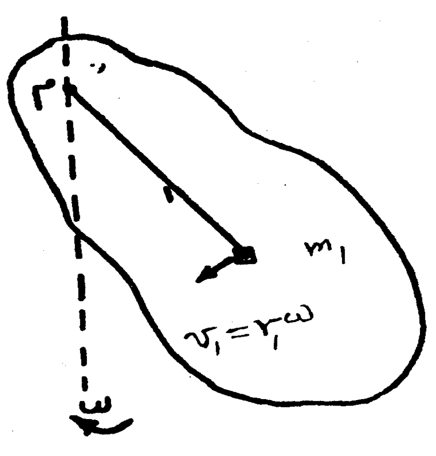
٣-٣ عزم القصور الذاتي: Moment of inertia

عندما يدور جسم متماسك حول محور ثابت م فإن جميع نقط الجسم تتحرك بنفس السرعة الزاويةω. وتتوقف حركته الدورانية عند سرعة الزاوية وعند طريق توزيع كتلة الجسم حول محور الدوران.

نفرض أن الجسم مكون من كتل صغيرة ... $m_1, m_2,$ تبعد عمودياً عن محور الدوران بالمسافات r_1, r_2, r_3 ... وأن السرعات الخطية لهذه الكتل هي υ_1, υ_2 ... على الترتيب (انظر شكل ٣-٥)

طاقة حركة الكتلة $m_1 = \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2 = \frac{1}{2}m_1 r^2\omega^2$

بالمثل طاقة حركة الكتلة $m_2 = \frac{1}{2}m_2 r_2^2\,\omega^2$



(شكل ٣-٥)

$\therefore$ طاقة حركة الجسم = $\frac{1}{2}m_1r_1^2\omega^2 + \frac{1}{2}m_2r_2^2\omega^2$

$$=\frac{1}{2}\omega^2\sum m\,r^2$$

$$=\frac{1}{2}I\,\omega^2$$

والعلامة Σ تعبر عن مجموع أو تكامل $m\ r^2$ لجميع الكتل المكونة للجسم.

وتسمى Σ mr_2 بعزم القصور الذاتي للجسم حول محور الدوران ويرمز لـه بـالرمز I ويمكن كتابتها mr_2 حيث m كتلة الجسم، r هو نصف قطر القصور الذاتي.

٣- ٤ عزم القوي على جسم متماسك:

القوة المؤثرة على الكتلة m_1 = الكتلة × العجلة = $m\left(\frac{d\upsilon_1}{dt}\right)$

$$m_1r_1\frac{d\omega}{dt}=m_1\frac{d}{dt}(\omega r_1)$$

$$m_1r_1\frac{d2\theta}{dt^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3\text{-}3)$$

حيث $\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\theta}{dt^2}$ **هي قيمة العجلة الزاوية.**

عزم هذه القوة حول محور الدوران = $m_1 r_1^2 \frac{d^2}{dt^2}$

بتجميع مثل هذه العزوم لجميع الكتل مثل m_1 والتي يتكون منها الجسم يكون العزم الكلي للقوي المؤزة على الجسم المتحرك دورانياً.

$$(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ...)\frac{d^2\theta}{dt^2} = I\, d^2\theta / dt^2$$

٣- ٥ كمية التحرك الزاوي:

كمية تحرك الكتلة m_1 = الكتلة × السرعة الخطية

$= m_1 \upsilon_1$

$= m_1 r_1 \omega$

عزم كمية التحرك حول المحور = $m_1 r^2 \omega$

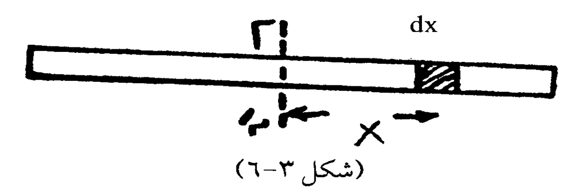
ويسمى عزم كمية التحرك حول محور الدوران بكمية التحرك الزاوي. وبتجميع الكتل مثل m_1 المكونة للجسم نحصل على كمية التحرك الزاوي للجسم كله.

$$(m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + ...)\omega = I.\ \omega \quad ....(3\text{-}5)$$

وينطبق قانون بقاء كمية التحرك الزاوي على الأجسام المتحركة دورانياً تماماً كما ينطبق قانون بقاء كمية التحرك الخطي في حالة الحركة الخطية.

٣- ٦ عزم القصور الذاتي لقضيب منتظم حول محور يمر بمنتصفه:

تقسيم القضيب إلى أجزاء صغيرة كما في شكل (٣-٦). ولتكن مثل dx التي تبعد مسافة عن مركز الإحداثيات السينيي عند منتصف القضيب.



(شكل ٣-٦)

إذا كانت كتلة القضيب m وطوله ℓ فإن كثافة الطولية هي (m/ℓ) وتكون كتلة الجزء dx هي $= \left(\frac{m}{\ell}\right)dx$

عزم القصور الذاتي لهذه الكتلة الصغيرة $\left(\frac{m}{\ell}.dx\right)x^2$

وبتجميع مثل هذه الكميات لكل أجزاء القضيب نحصل على

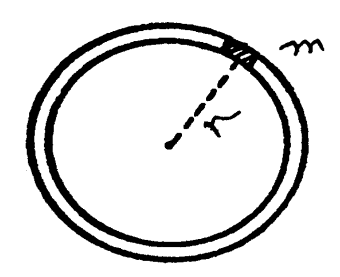
عزم القصور الذاتي= $I = 2\int_o^\ell \frac{m}{\ell} x^2 \, dx$

$\therefore I = m\,\ell^2 l2$ ....(3-6)

٣ – ٧ عزم القصور الذاتي لحلقة حول مركزها:

نقسم الحلقة إلى أجزاء صغيرة كتلتها m_1 m_2 ،... وكلها يبعد r عن مركز الحلقة. «شكل (٣٧)».

عزم القصور الذاتي الحلقة حول المركز:



(شكل ٣-٧)

$r^2 (m_1+ m_2+ \ldots) = m_1r^2+ m_2r^2+\ldots$

$=M\,r^2$ (3-7)

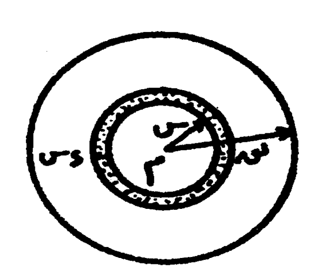
٣ – ٨ عزم القصور الذاتي لقرص حول محور عمودي يمر بمركزه:

نفرض أن القرص عبارة عن مجموعة حلقات داخل بعضها:

نعتبر حلقة نصف قطرها x وسمكها د dx

تكون مساحتها $2\pi Xdx$. إذا كانت كثافتها السطحية هي:

$= \frac{m}{\pi r^2}$ تكون:



(شكل ٣-٨)

كتلة الحلقة = $2\pi x d \times \frac{m}{\pi r^2}$

عزم القصور لها حول مركز كتلتها × مربع بعدها عن المركز

$$= \; 2\pi \times d \times . \frac{m}{\pi r^2}$$

وبإجراء التكامل على جميع الحلقات ابتداء من x=o إلى x= r نحصل على عزم القصور للقرص I.

$$I = \int_o^r 2\frac{m}{r^2} x^2 d_x$$

$$= \frac{2m}{r_2} . \frac{r^4}{4} = \frac{mr^2}{2} \; \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3\text{-}8)$$

٣-٩ عزم القصور الذاتي لأسطوانة حول محورها:

يمكن اعتبار الأسطوانة مجموعة أقراص ويكون عزم القصور لكـل قـرص مـساويًا $\frac{1}{2} m_1 r^2$ حيث m_1 هي كتلة القرص، r نصف قطر الأسطوانة.

وبتجميع عزم القصور لكل هذه الأقراص المتشابهة يكون عزم القصور للأسطوانة

$$I = \frac{1}{2} mr^2 \; \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (3\text{-}9)$$

حيث m هي كتلة الأسطوانة.

تمرين:

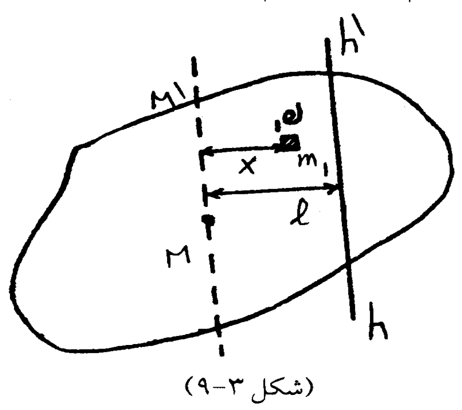
أثبت أن عزم القصور الذاتي لكرة حول محور يمر بمركزها هو(mr^2) 2/5 ، حيث m كتلة الكرة، r نصف قطرها.

الحل:

الحل: (تقسم الكرة إلى مجموعة أقراص، ثم يوجد عزم القصور الذاتي لكل قرص، ثم يجمع لتحصل على المطلوب).

٣-١٠ قانون المحاور المتوازية لعزم القصور:

نفرض أن I_m هو عزم قصور جسم حول محور `mm يمر بمركز الثقل m ، (شكل ٣-٩)



(شكل ٣-٩)

وأن I هو عزم القصور الذاتي حول المحور `hh الذي يوازي `mm ويبعد عنه مسافة ℓ . اعتبر كتلة صغيرة m تبعد عن `mm مسافة x عزم القصور الذاتي لها حول `m = hh

$$m`(\ell - x)^2$$

∴ عزم القصور للجسم كله حول `hh

$$\Sigma m_1(\ell - x)^2 \quad = I =$$

$$\Sigma m_1\,\ell^2 + \Sigma m_1 x^2$$
$$-2\ \Sigma m_1 \ell$$

لكن $\Sigma m_1 \ell^2 =$

$\ell^2 \Sigma m_1 =$

$m\ell_2 =$

حيث m هي الكتلة الكلية للجسم،

$\Sigma mx^2 = I$ عزم القصور الذاتي حول `mm

$\Sigma 2m_1\ell_x = 2\ell\ \Sigma m = o$

لأن $\Sigma m_1 x$ هي مجموع العزوم حول مركز الثقل وهذا يساوي صفراً؛ لأن وزن الجسم يمر ركز الثقل.

$$I = I_m + m\ell^2 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3\text{-}10)$$

أي إنه عند إيجاد عزم القصور الذاتي حول محور يوازي المحور الأصلي يضاف المقدار $m\ell^2$ حيث ℓ هو البعد بين المحورين.

مثال١: عزم القصور الذاتي لأسطوانة حول محورها = $\frac{1}{2}mr^2$. لإيجاد عزم القصور الذاتي لها حول خط تلامسها مع السطح الموضوعة عليه يضاف إلى ذلك مقدار mr^2 ويصبح العزم $\frac{3}{2}mr^2$

مثال٢: عزم القصور الذاتي لقضيب طوله ℓ حول محوره $\frac{1}{2}mr^2$. لإيجاد عزم القصور الذاتي لها $\frac{3}{2}mr^2$

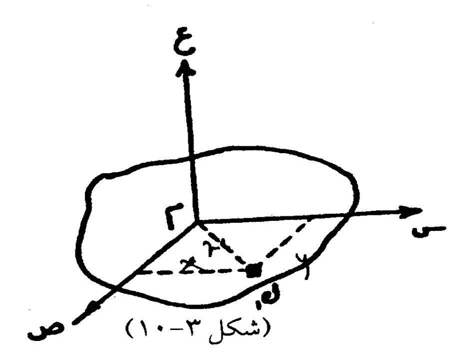
مثال ٢: عزم القصور الذاتي لقضيب طوله ℓ حول منتصفه = $\frac{m\ell^2}{12}$

لإيجاد عزم القصور له حول أحد طرفيه يضاف المقدار $m(\ell/2)^2$ أي $\frac{m\ell^2}{4}$

ويصبح عزم القصور الذاتي للقضيب حول طرفه مساويًا $\frac{1}{3}m\ell^2$

٣ – ١١ قانون المحاور المتعامدة:

اعتبر ثلاثة محاور متعامدة م س، م ص، م ع. نفرض كتلة صغيرة من الجسم m_1، تبعد r عن المحور م ع.



(شكل ٣-١٠)

عزم القصور الذاتي لها حول م ع m_1r^2

$$I = m_1 (x^2 + y^2)$$

∴ عزم القصور الكلي للجسم حول م ع

$$\Sigma m_1 X^2 + \Sigma m_1 y^2$$

$$I = I_x + I_y \quad \text{...(3-11)}$$

حيث I_x،I_y هما عزما القصور الذاتي حول م س، م ص على الترتيب.

٣ – ١٢ طاقة حركة جسم متدحرج:

عندما يتدحرج جسم أسطواني أو كروي على مستوى يكون للجسم طاقة حركة دروانية بالإضافة لطاقة حركته الانتقالية، عند دحرجة أسطوانة على سطح يكون خط التلامس بين الأسطوانة والسطح هو محور الدوران. إذا كان عزم القصور الذاتي للأسطوانة حول المحور I تكون طاقة الحركة الكلية للأسطوانة:

الطاقة = $\frac{1}{2} I \omega^2$ ... ... (٣-١٢)

حيث ω هي السرعة الزاوية للحركة.

بتطبيق قانون المحاور المتوازية $I = I_m + mr^2$ حيث I_m هو عزم القصور الذاتي حول محور الأسطوانة، r نصف قطرها.

∴ طاقة الحركة للأسطوانة $\frac{1}{2} I_m \omega^2 + \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$

لكن السرعة الخطية لحركة الأسطوانة $\upsilon = r\omega$

لكن السرعة الخطية لحركة الأسطوانة = $\upsilon = r\omega$

∴ طاقة حركة الأسطوانة = $\frac{1}{2} I_m \omega^2 + \frac{1}{2} m\upsilon^2$

= طاقة الحركة الدورانية حول المحور + طاقة الحركة الانتقالية.

مثال:

أوجد عجلة أسطوانة تتحرك من سكون على مستوى مائل بزاوية θ على الأفقي، وأوجد كذلك الزمن اللازم لكي تقطع المسافة ℓ .

الحل: نفرض أن كتلة الأسطوانة m

∴ طاقة الحركة $\frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{4} m r^2 \omega^2$

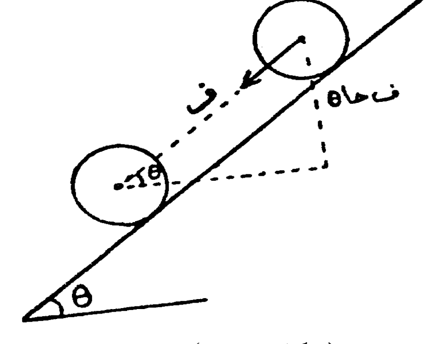
$= \frac{1}{2} m\upsilon^2 + \frac{1}{4} m\upsilon^2 r^2 = \frac{3}{4} m\upsilon^2$

إذا تحركت الأسطوانة من سكون مسافة ℓ فإنها قد تسقط عمودية المسافة $\ell \sin\theta$ ويتحول النقص في طاقة الموضع $m g \ell \sin\theta$. إلى طاقة حركة $\frac{3}{4} m\upsilon^2$ أي إن

$$m g \ell \sin\theta = \frac{3}{4} m\upsilon^2$$

∴ $\upsilon^2 = \frac{4g}{3} \ell \sin\theta$ ، لكن إذا كانت عجلة التسارع للإسطوانة g_1 فإن

$\upsilon^2 = 2g`\ell$



(شكل ٣-١١)

حيث υ هي سرعة الأسطوانة عند نهاية المسافة ℓ

$$2g'\ell = \frac{4}{3}\, g\,\ell \sin\theta$$

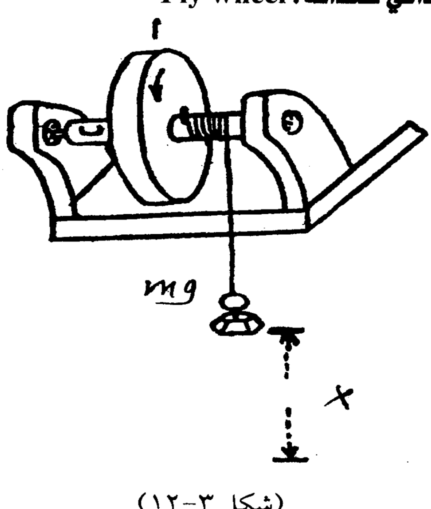
$$\therefore g' = \frac{2}{3}\, g\, \sin\theta$$

لإيجاد زمن قطع مسافة ℓ نستخدم المعادلة $\ell = \frac{1}{2} g' t^2$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\, g\, \sin\theta . t^2$$

$$\therefore t = \sqrt{\frac{3\ell}{g\, \sin\theta}}$$

٣-١١ عزم القصور الذاتي للحدافة : Fly wheel



(شكل ٣-١٢)

الحدافة عبارة عن قرص ثقيل ا يمكن له أن يدور بحرية حول أسطوانة ب نصف قطرها r (شكل ٣-١٢). نثبت على الأسطوانة مسمار يوضع عليه خية خيط طويل يلف عليها وينتهى بكتلة معلقة m. إذا ترك الثقل يسقط الثقل على الأرض x مثلاً فإن الأسطوانة تدور حول محورها وكذلك الحدافة. يستمر تسارع الحدافة حتى يسقط الثقل

على الأرض ونفرض أن υ_1 هي عدد دورات الحدافة من بدء الحركة حتى سقوط الثقل وأن الزمن الذي تمت فيه هذه الدورات هو t_1.

نفرض أن عدد الدورات التالية حتى تعود الحدافة ثانية إلى حالة السكون هي r_2 وأن الزمن اللازم لذلك هو t_2.

باعتبار المجموعة معزولة وبتطبيق قانون بقاء الطاقة فإن:

طاقة الوضع التي فقدت بسقوط الكتلة m مسافة x تساوي طاقة الحركة الخطية المكتسبة بواسطة الكتلة الساقطة ك بالإضافة إلى طاقة الحركة الدورانية التي اكتسبتها الحدافة.

أي إن $m g x = \frac{1}{2} m \upsilon^2 + \frac{1}{2} I \omega^2$

حيث υ هي السرعة النهائية للكتلة m عند نهاية السقوط، ω هي السرعة الزاوية للحدافة عند نفس هذه اللحظة.

السرعة المتوسطة للكتلة الساقطة هي $\upsilon` \frac{x}{t^1}$

السرعة النهائية للكتلة = ضعف السرعة المتوسطة.

$$\upsilon = 2\upsilon` = \frac{2x}{t_1}$$

وتكون بذلك

السرعة الزاوية للحدافة عند لحظة سقوط الكتلة هي $\omega = r\upsilon$. يلاحظ أنه يمكن إيجاد هذه السرعة بطريقة أخرى:

السرعة الزاوية المتوسطة للحدافة من لحظة سقوط الكتلة على الأرض حتى لحظة سكون الحدافة

$$\frac{2\pi n_2}{t_2}$$

السرعة الزاوية للحدافة عند لحظة سقوط الكتلة= $2\omega = \frac{4\pi n_2}{t_2}$

وتستخدم هذه الطريقة في إيجاد السرعة الزاوية إذا كان زمن سقوط الكتلة (t) صغيراً.

تصحيح الاحتكاك في محاور الدوران:

إذا كان الاحتكاك كبيراً عند محاور الدوران فإن جزءاً من الطاقة يتبدد في التغلب على قوى الاحتكاك.

نفرض أن ω هو كمية الشغل المبذول ضد الاحتكاك في كل دورة وبما أن الحدافة قد دارت أثناء سقوط الكتلة عدد n_1 دورات فإن الشغل الكلي المبذول ضد الاحتكاك أثناء سقوط الكتلة $m_1\omega$.

ولكن بما أن الاحتكاك وحده هو المتسبب في إيقاف الحدافة وبما أنها قد دارت عدد n_2 دورات حتى السكون فإن طاقة الحركة الدورانية $\frac{1}{2}I\omega^2$ تكون قد استنفدت في التغلب على الاحتكاك.

أي إن:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 \; \omega.n_2$$
$$..\omega = \frac{1}{2}\frac{I\omega^2}{n_2}$$

ويحذف ω من المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$m\,g\,x = \frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{n_1}{n_2}.\frac{1}{2}I\omega^2$$
$$\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}I\omega^2(1+\frac{n_1}{n_2})$$

وتعتبر هذه المعادلة مصححة لخطأ الاحتكاك في محاور الدوران.

تمارين:

١ - تتحرك أسطوانة مصمتة على مستوى أملس مائل بزاوية ٣٠° على الأفقي. إذا تمت الحركة أولاً بالانزلاق وثانياً بالتدحرج. قارن بين عجلتي التسارع في كلتا الحالتين إذا كانت الحركة تبدأ من السكون.

(الجواب ٢:٣)

٢- أوجد عزم القصور الذاتي لقرص حول محور عمودي عليه ويمر بنقطة على المحيط. ثم احسب طاقة حركة قرص كتلته ١/ ٢ كيلوجرام يتدحرج بدون انزلاق على مستوى بسرعة ثابتة قدرها ٠,٢ متر/ ثانية.

(الجواب ٠,٠١٥ جول)

٣- كرتان متساويتان في الكتلة والحجم، إحداهما مصمتة والأخرى مجوفة اشرح كيف يمكن تمييزهما عن بعضهما؟

٤- حبل ينقطع تحت تأثير ثقل ٥٠ كجم. علق في جزء طوله ١٠ أمتار من هذا الحبل كتلة قدرها ١كيلوجرام، ثم أديرت الكتلة في مستوى أفقي حول الطرف الآخر من الحبل. أوجد أكبر عدد من الدورات في الدقيقة التي يحتملها الحبل قبل أن ينقطع.

***

الباب الرابع
حركة البندول والجاذبية الأرضية

٤- ١ الحركة التوافقية البسيطة: Simple harmonic motion

عندما يتحرك جسم ما ذهاباً وإياباً حول موضع اتزان ثابت يطلق على هـذه الحركـة التذبذبية بالحركة التوافقية البسيطة. ومثال ذلك حركة بندول الساعة. ولما كان لهذا النوع من الحركة أهمية كبيرة في علم الطبيعة إذ إنه يتكرر كثيراً بأشكال مختلفة في جميع المجالات، لذلك فسوف نقدم دراسة تفصيلية لها.

تنشأ هذه الحركة عادة إذا أزيح جسم إزاحة صغيرة من موضع اتزان في مجال جاذب للقوة ثم ترك حرًا. مثلاً سلك زنبركي معلق بطرفه ثقل. إذا أزيح الثقل من وضع اتزانـه وترك لشأنه تحدث حركة تذبذبية.

يعرف ثابت القوة بأنه القوة التي إذا أثرت على الجسم أحدثت فيه وحـدة الإزاحـة. ويرمز له بالرمز μ فإذا كانت الإزاحة ص تكون القوة التي تصل على إعادة الجسم لوضع اتزانه هي $\mu.y$ وهذه القوة هي التي تحدث عجلة التسارع للحركة $\frac{d^2y}{dt^2}$. فإذا كانت كتلة الجسم ك تكون معادلة الحركة هي:

القوة = الكتلة × العجلة أي

$$m.\frac{d^2y}{dt^2} = -\mu.y \quad \text{..(4-1)}$$

من هذه المعادلة يتضح أن النسبة بين عجلة الحركة التوافقية إلى الإزاحة في أي لحظة تساوي $-\left(\frac{\mu}{m}\right)$ أي- (مقدار ثابت موجب) ويؤخـذ هـذا كتعريـف للحركـة التوافقيـة البسيطة.

الزمن الدوري للحركة I هو الزمن الذي يمضي بين وضعين متتالين للجسم تتكـرر فيهما حركته مقداراً وإتجاهاً، أي إنه الزمن اللازم لعمل ذبذبة كاملة.

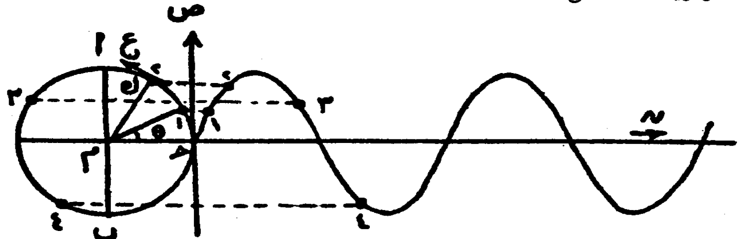
التردد، υ ، هو مقلوب الزمن الدوري. ويساوي عدد الذبذبات في الثانية.

سعة الحركة التوافقية هي أقصى إزاحة للجسم، ومدى الحركة التوافقية هـو ضـعف سعة الحركة.

٤– ٢ معادلات الحركة التوافقية البسيطة:

أولاً– الإزاحة:

اعتبر حركة نقطة مادية كتلتها ك تتحرك على محيط دائرة مركزها م ونـصف قطرهـا υ، بسرعة زاوية ω (شكل ٤–١).



(شكل ٤–١)

نفرض أن ا م ب هو قطر ثابت بالدائرة. يتحرك مـسقط الكتلـة ك عـلى القطـر ا ب ذهاباً وإياباً مرة كل دورة كاملة تتحركها على محيط الدائرة. نفرض أن وضع الكتلة ك عند لحظة ما بعد زمن υ من بدء الحركة عند ح يصنع مع المركز م زاوية θ مع المحور الـسني م حـ. ونفرض أن المسقط على ا ب يبعد مسافة ص عن مركز الدائرة م.

$$y = r\sin\theta$$

لكن من تعريف السرعة الزاوية $\omega = \theta / t$

$$\theta = \omega . t$$

إزاحة الحركة التوافقية على ا ب هي

$$y = r\sin\omega t \quad \text{.....................................} \quad (4\text{-}3)$$

تصبح الإزاحة أكبر ما يمكن وتسمى سعة الحركة عندما تكون الزاوية $\pi/2\omega$. وتكون عندئذ مساوية لنصف قطر الدائرة.

المعادلة (٤-٢) تبين مقدار الإزاحة ص في أي لحظة υ أثناء الحركة وعند رسم هذه العلاقة بيانياً نحصل على الشكل (٤-٢) الذي يطلق عليه منحنى الجيب نسبة التي الدالة التي تربط الإزاحة بالزمن.

ثانياً- السرعة:

إذا كانت ع. هي السرعة المنتظمة التي تتحرك بها الكتلة ك على المحيط تكون مركبتها في اتجاه القطر ا ب هي $\upsilon_o \cos\theta$ وهي سرعة الحركة التوافقية.

$$\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-\frac{y_2}{r^2}}$$

لكن $\upsilon_o = r\,\omega$

∴ سرعة الحركة التوافقية عند لحظة t هي

$$\upsilon = r\omega\sqrt{1-\frac{g2}{r2}}$$

$$= \omega\sqrt{r^2-y^2}$$

وتعطى هذه المعادلة السرعة بدلالة الإزاحة y.

ثالثاً- العجلة:

توجد نتيجة للحركة الدائرية عجلة مركزية في اتجاه نصف القطر للداخل قيمتها $r\omega^2$.

عجلة الحركة التوافقية البسيطة، g. هي مركبة العجلة المركزية في اتجاه القطر ا ب.

$$\therefore g = r\,\omega^2 \sin\theta$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dt^2} = -r\omega^2\frac{y}{r} = -\omega^2 y \qquad (4\text{-}4)$$

والإشارة السالبة هنا سببها تعاكس العجلة والإزاحة في الاتجاه. أي إن العجلة تكون تناقصية عندما تتزايد الإزاحة والعكس بالعكس. وبمقارنة المعادلة (٤-٤) بالمعادلة

(٤-٤) نجد أن $\frac{\mu}{m}=\omega^2$ وبمعرفة أن = $2\pi\upsilon=2\pi/T$، حيث I هي الزمن الدوري، n هـو التردد نحصل على

$$n=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{m}} \quad \text{.....................................(4-5)}$$

٤ – ٣ طاقة الحركة التوافقية البسيطة:

إذا كانت m هي كتلة النقطة المادية التي تتحرك حركة توافقية بسيطة تكـون القـوة التي تحدث الحركة هي

$$F= mg = - \mu.y$$

لكن من قانون نيوتن الثاني القوة هي المعدل الزمني لتغير كمية التحرك أي إن:

$$m\upsilon\frac{d\upsilon}{dy}=\frac{d}{dy}.\frac{dy}{dt}(m\upsilon)=m\frac{d}{dt}(m\upsilon)=F$$

$$m\upsilon\frac{d\upsilon}{dy}+\mu y=o$$

$$\therefore m\upsilon\, d\upsilon+ydy=0$$

وبالتكامل نحصل

$$\frac{1}{2}m\upsilon^2+\frac{1}{2}\mu y^2 const$$

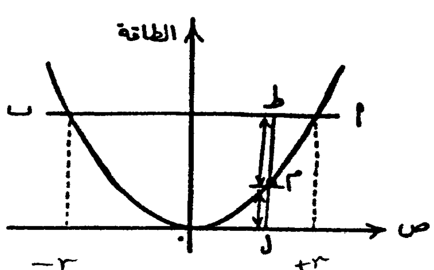
تتمثل $\frac{1}{2}m\upsilon^2$ طاقة الحركة للجسم في موضع معين بينما تمثل $\frac{1}{2}\mu y^2$ طاقة الموضع له في نفس المكان. وواضح أن مجموع الطاقتين يكون ثابتاً دائماً ويساوي مقدار الطاقة الكلية للحركة التوافقية البسيطة. ويمكن إظهار هذه العلاقة بالرسم الموضح بشكل (٤-٢).

يبين القطع المكافئ تغير طاقة الموضع مع الإزاحة إذ إن

طاقة الموضع = $\frac{1}{2}\mu y^2$

كما يمثل الخط الأفقي ا ب مستوى الطاقة الكلية للحركة التوافقية التي يحدها المدى $\pm r$ عند أي نقطة م داخل الحركة يمثل الإحداثي ل م طاقة الموضع بينما يمثل الإحـداثي م ط طاقة الحركة. ومن الواضح أن طاقة الحركة والموضع دائمة التغير من نقطة إلى أخرى

ولكن مجموعهما دائماً ثابت. وتكون طاقة الموضع أكبر ما يمكن عند طرفي الحركـة «r=y» بينما تكون طاقة الحركة أكبر ما يمكن عند مركز الحركة: «ص= صفر».



(شكل ٤-٣)

٤ - ٤ البندول البسيط: Simple Pendulum

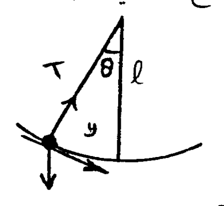
يتركب البندول البسيط من كتلة صلبة معلقة في خيط. إذا أزيحت كرة البندول جانباً، وتركت فإنها تتذبذب في حركة توافقية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.

لكي نثبت أولاً أن الحركة توافقية نفرض أن m هي كتلة الجسم، θ هي زاوية الحركة عند لحظة ما. يؤثر على الحركة ثقل الجسم إلى أسفل ويساوي mg والشد في الخيط T بتحليل القوى المؤثرة على البندول في اتجاه الخيط وفي اتجاه عمودي عليه نجد أن

مركبة الثقل في اتجاه المماس $mg \sin \theta$

وفي اتجاه الخيط $mg \cos \theta$

وتتعادل هذه المركبة الأخيرة مع الشد في الخيط.



(شكل ٤-٣)

∴ القوة التي تتحرك بها الكتلة m هي $F= - mg \sin \theta$

والإشارة سالبة لأن υ تتزايد عندما تنقص θ. هذه الحركة غير توافقيـة لأن القـوة υ حا θ ولكن في حالة الزوايا الصغيرة يمكن اعتبار $\sin\theta$

$$F = -mg\theta = -mg\left(\frac{y}{\ell}\right)$$

حيث ℓ هو طول البندول،y هي الإزاحة.

$\therefore\ F = -\frac{mg}{\ell}.y.$ وبقسمه الطرفين على الكتلة نحصل على

عجلة الحركة للبندول= $\omega = \frac{g}{\ell}.y = -\omega^2 y$ وهذه معادلة حركـة توافقيـة بـسيطة، تكون فيها $\omega^2 = \frac{g}{\ell}$ أي إن $\omega = \frac{g}{\ell}$

$$\therefore 2\pi n = \frac{2\pi}{T}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

ويكون زمن الذبذبة للبندول $\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ ... ... (٤-٧)

٤ – ٥ تـأثير درجة الحرارة على زمن ذبذبة بندول بسيط :

عندما ترتفع درجة حرارة جسم متذبذب (بندول ساعة مثلاً) تتغير أبعـاده وبالتـالي يقل زمن ذبذبته. فإذا اعتبرنا حالة بندول بسيط يتركـب مـن سـلك معـدني طولـه ℓ_1 في درجة T_1 ومعامل تمدده الطولي فإن زمن ذبذبته t_1 في هذه الدرجة هي:

$$t_1 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_1}{g}}$$

حيث g هي عجلة الجاذبية الأرضية π هي النسبة التقريبية.

إذا ارتفعت درجة الحرارة إلى T_2 فإن طول البندول يصبح ℓ_2 ويتغير زمن ذبذبته إلى t_2 بحيث تكون:

$$\therefore t_2 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell_2}{g}}$$

وتكون بذلك النسبة بين زمن الذبذبتين هي: $\frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{\ell_2}{\ell_1}} = \sqrt{\ell_1(1+\alpha T)/\ell_1}$

$$= \sqrt{1+\alpha T}$$

حيث $T= T_2-T_1$

$$\frac{t_2}{t_1} = 1 + \frac{1}{2}\alpha T$$

ويمكن كتابتها على الصورة:

$$(t_2 - t_1) = \frac{1}{2}\alpha\, t_1.T$$

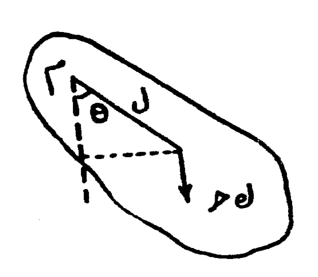
من هذا يتضح أن الزيادة في زمن الذبذبة t_1 إلى t_2 بارتفاع درجة الحرارة بمقدار $T\,^\circ c$ يساوي $\frac{1}{2}\alpha\, t_1 T$ ، وتتحول هذه الزيادة إلى نقص إذا انخفضت درجة الحرارة وأصبحت T_2 أقل من T_1.

تظهر أهمية هذه الظاهرة عند صناعة الساعات. فمن المفترض أن يعطى بندول الساعة زمناً ثابتاً لذبذبته لا يتوقف على اختلاف درجة الحرارة من الليل للنهار أو من مكان إلى آخر. لذلك اتجه التفكير إلى تصميم بندول للساعة يظل طوله (من نقطة التعليق إلى مركز حركته ثابتاً مهما تغيرت درجة الحرارة.

وقد كان بندول هاريسون التكافؤي المستعمل حتى الآن في ساعات الحائط أحد هذه المحاولات الناجحة. ويتركب من مجموعة من قضبان معاملات تمددها مختلف وقد ثُبِّتَ ببعضها على شكل إطار بعد اختيار مناسب لأطوالها بحيث يظل بعد مركز ثقل البندول عن نقطة تعليقه ثابتاً دائماً لا يتغير باختلاف درجة حرارة الجو من مكان لآخر أو من زمان لآخر.

٤ – ٦ البندول المركب: Compound Pendulum

إذا علق جسم من نقطة م ثم أزيح جانباً وترك بعد ذلك حرًّا فإنه يتحرك حركة توافقية بسيطة حول محور يمر بنقطة التعليق عمودياً على مستوى الحركة بشرط أن تكون زاوية الحركة θ صغيرة. عزم الازدواج المسبب للحركة= $m\,g\,\ell \sin\theta$ حيث ℓ هي المسافة بين مركز ثقل الجسم ونقطة التعليق عندما تكون θ صغيرة، يكون sin θ وتصبح معادلة الحركة:



(شكل ٤-٤)

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -mg\ell\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4\text{-}9)$$

الإشـارة الـسالبة تعنـي أن عـزم القـوة mg يعـاكس في الاتجـاه دائـماً تزايـد إزاحـة الزاوية θ .

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2\theta \quad \text{حيث} \quad \omega^2 = \frac{mg\ell}{I}$$

∴ الحركة توافقية بسيطة فيها ω هي السرعة الزاوية.

$$\therefore \text{ زمن الدورة } T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg\ell}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4\text{-}10)$$

بتطبيق قانون المحاور المتوازية لعزم القصور الذاتي:

$$\therefore I = I_M + m\ell^2 = mr^2 + m\ell^2$$

حيث I_m هو عزم القصور للجسم حول محور يمر بمركز الثقل، υ هـو نـصف قطـر القصور حول هذا المحور.

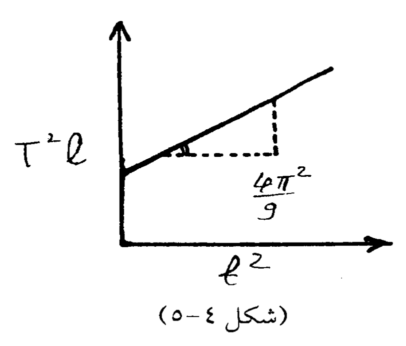
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(\ell^2 + r^2)}{m\,g\,\ell}} = 2\pi\sqrt{\frac{\ell^2 + r^2}{\ell\,g}}$$

$$= 2\pi\sqrt{\ell'/g}$$

حيث إن لَ = $\ell^1 = \frac{\ell^2 + r^2}{\ell}$ هو طول البندول البسيط المكافئ.

لإيجاد عجلة الجاذبية عمليًا يستخدم قضيب من النحاس به ثقوب تصلح فقط للتعليق.

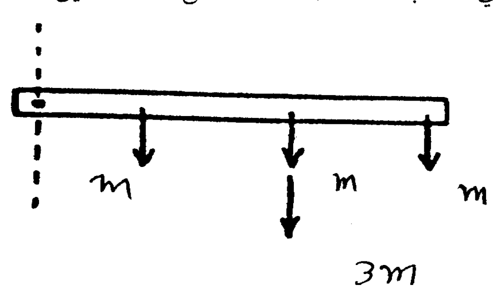
نوجد مركز ثقل القضيب ثم يعلق من نقط مختلفة ويقاس في كل مرة بعد نقطة التعليق عن مركز الثقل، ل. ونوجد زمن الذبذبة 8 لكل بعد. ثم ترسم علاقة بيانية بين $\ell T^2 ,\ell^2$ نحصل على خط مستقيم (شكل ٤-٥) يكون ميله حسب المعادلة السابقة هو $\frac{4\pi^2}{g}$ ومن الميل نوجد الجاذبية g.



(شكل ٤-٥)

تمرين:

قضيب خفيف عديم الوزن طوله ل يتذبذب حول محور يمر بأحد طرفيه. إذا ثُبِّتَت ثلاث كتل متساوية في نقط تبعد $\ell/3$, $2\ell/3$, ℓ، من نقطة التعليق احسب زمن الذبذبة.



(شكل ٤-٦)

الحل:

مركز الثقل يبعد $\frac{2}{3}\ell$ من نقطة التعليق.

عزم القصور الذاتي للمجموعة حول محول الدوران = $3m\left(\frac{2}{3}\ell\right)^2$

أي إن $I\frac{1}{2}\ell^2$

وباستخدام المعادلة (٤ - ١٠) نحصل على

زمن الذبذبة:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{2}m\ell^2}{3mg.\frac{2}{3}\ell}}$$

$$\therefore T = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell}{3g}}$$

القانون العام للجاذبية

٤- ٧ قوانين كبلر لحركة الكواكب: Keplers' Laws

استحوذت حركة الكواكب حول الشمس اهتمام العلماء من قديم الزمن وقد وضع كبلر خلاصة بحوث العلماء في هذا الشأن في ثلاثة قوانين تعرف باسمه هي:

١ - تتحرك كواكب المجموعة الشمسية في مسارات على شكل قطع ناقص تكون الشمس في أحد بؤرتي المسار لكل.

٢ - يقطع الخط الواصل بين الكواكب والشمس أثناء الحركة مساحات متساوية في أزمنة متساوية.

٣- يتناسب مربع الزمن الدوري للكواكب حول الشمس مع مكعب متوسط المسافة التي تفصلهما.

القانون العام الجاذبية: General law of gravitation

وضع نيوتن القانون العام للجاذبية عام ١٦٦٦ فقد افترض أن كواكب المجموعة الشمسية تتحرك في مسارات دائرية مركزها الشمس. القوة الطاردة المركزية الناشئة عن هذه الحركة $mx\omega^2$. حيث ك هي كتلة الكوكب، υ هو نصف قطر مساره حول الشمس، ω هي السرعة الزاوية للحركة وتساوي $\frac{2\pi}{T}$ حيث T هو الزمن الدوري.

∴ القوة المسببة للحركة = $-\frac{4\pi^2 mr}{T^2}$

وعندما افترض نيوتن أن هذه القوة تتناسب عكسياً من مربع متوسط r التي تفصل الكوكب عن الشمس وجد أن

$$\frac{4\pi^2 mr}{T^2} = \frac{\cos t.}{r^2}$$

أي إن T^2 تتناسب مع r^3 وهذا هو بالنص قانون كبلر الثالث مما يثبت صحة هذا الفرض.

وينص قانون نيوتن للجاذبية على أن قوة التجاذب بين كتلتين ك، كَ يفصلهما مسافة r هي:

$$r = G.\frac{m\,m^1}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4\text{-}12)$$

حيثG مقدار ثابت يسمى ثابت نيوتن للجاذبية. إذا اعتبرنا جسماً كتلته m موضوعاً على سطح الأرض فإن قوة جذبها له تساوي mg حيث g هي عجلة الجاذبية الأرضية أي إن:

$$m\,g = G\frac{m\,m^1}{r^2}$$

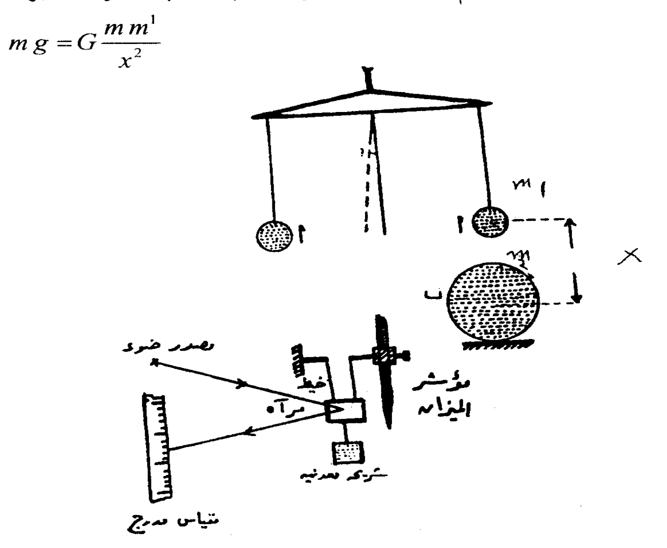
$$g = G\frac{m^1}{r^2} \quad \ldots\ \ldots\ \ldots\ \ldots (4\text{-}13)$$

حيث r في هذه الحالة هو نصف قطر الأرض. يتضح من المعادلة السابقة أن وحدات ثابت نيوتن للجاذبية هي $M^{-1}L^3T^{-2}$

٤- ٩ تعيين ثابت الجاذبية لنيوتن بطريقة عملية :

يتركب الجهاز من ميزان تعلق في كل كفة من كفتيه كرة من الرصاص ا بحث يكونا متساويتي الكتلة (ك١)، (شكل ٤-٧). عند وضع كرة ب كتلتها ك٢ أسفل الكرة ا وبحيث يبعد مركزهما مسافة ف سم، تحدث بينهما قوة تجاذب تسبب انحراف الميزان.

$$m\,g = G\frac{m\,m^1}{x^2}$$



(شكل ٤-٧)

حيث g هي عجلة الجاذبية الأرضية.

بمعرفة قيم الكتل m_1، m_1 المسافة x يمكن إيجاد ثابت الجاذبية لنيوتن G.

ولما كانت قوة التجاذب بين الكرتين صغيرة ولا ينتج عنها انحراف لمؤشر الميزان إلا صغيرة θ لا تتعدى جزء من ألف من الدرجة؛ لذلك فإننا نستخدم عادةً طريقة لقياس انحراف مؤشر الميزان. وتتكون هذه الطريقة من تعليق مرآة بواسطة خيطين من ذراعين أحدهما مثبت في حائط والآخر مثبت في مؤشر الميزان، ويعلق أسفل المرآة شريحة معدنية الغرض منها منع المرآة من الحركة الجانبية. يسقط على المرآة شعاع ضوئي ينعكس عليها ليسقط على مقياس مدرج. إذا تحرك مؤشر الميزان فإنه يدفع الذراع المثبتة عليه وبالتالي

تتحرك المرآة دورانياً مما يتسبب عنه حركة شعاع الضوء على المقياس. وبهذه الطريقة تؤخذ حركة شعاع الضوء كمقياس لموضع الاتزان بدلاً من المؤشر بعد أن تكون حساسيته قد زادت بدرجة كبيرة.

٤ – ١٠ تأثير الارتفاع أو الانخفاض عن سطح الأرض على عجلة الجاذبية:

إذا ارتفعنا عن سطح الأرض تقل قوة جذبها للأجسام وتقل بالتالي عجلة الجاذبية الأرضية. إذا كانت العجلة حـ عند سطح الأرض فإن:

$$g = G\frac{m}{r^2}$$

إذا ارتفعنا إلى مسافة d فوق سطح الأرض كانت العجلة هناك `g حيث

$$= \frac{m}{(r+d)^2} = g` \quad \ldots \ldots \ldots \ (4\text{-}14)$$

بقسمة المعادلتين (٤-١٣)، (٤-١٤) نحصل على:

$$\frac{r^2}{(r+d)^2} = \frac{g^1}{g}$$

أي إن $g` = g(1-2d/r) \ldots \ldots \ldots \ldots (4\text{-}15)$

أما إذا انخفضنا عن سطح الأرض بمسافة d فإن عجلة الجاذبية تصبح:

أي إن $g` = \frac{m}{(r-d)^2}$

حيث m^1 هي كتلة الكرة الأرضية بدون كتلة القشرة الخارجية التي سمكها d.

ويلاحظ أن العجلة `g لا تتأثر بالقشرة الخارجية حيث إن محصلة جذب هذه القشرة لأي جسم بداخلها تساوي صفر. إذا كانت ρ هي متوسط كثافة الأرض، فإن:

$$m^1 = \frac{1}{3}\pi\,(r-d)^3.p$$

$$m = \frac{1}{3}\pi\,r^3.p$$

بقسمة المعادلة (٤-١٦) على المعادلة (٤-١٣) والتعويض نحصل على:

$$\frac{g'}{g}=\left(\frac{r-d}{r}\right)=\left(1-\frac{d}{r}\right)$$

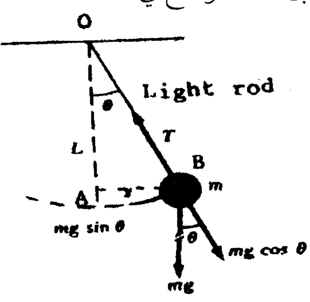
تأثير دوران الأرض على جاذبيتها للأجسام:

نتيجة لدوران الأرض حول نفسها بسرعة زاوية ω تتأثر الأجسام على سطحها بقوة طاردة مركزية تساوي ك$\upsilon\,\omega^2$ وتعاكس هذه القوة تأثير الجاذبية الأرضية. ويصبح الوزن الظاهري للأجسام أقل ما يمكن عند خط الاستواء. وكلما اقتربنا من القطبين الشمالي أو الجنوبي ينقص نصف قطر الحركة الدائرية التي يتسبب عنها القوة الطاردة حتى تتلاشى كلية عند القطبين.

الحركة اللاخطية للبندول

سوف نعتبر حركة البندول كنظام حركي بسيط يمكن أن يمثل النظم الحركية الأكثر تعقيداً. ومن المعروف أن البندول يتركب كما في شكل (٦-١٤) من قضيب خفيف من المعدن طوله (L) يحمل في نهايته كتلة (m) ويتحرك القضيب بحرية في مستوى رأسي حول مفصله (o) لا يوجد بها احتكاك.

عندما يسكن البندول يكون القضيب رأسياً وتكون الكتلة (m) معلقةً رأسياً تحت عند النقطة (A) أسفل المفصلة تماماً وهي في أقل طاقة وضع (V) ويمكن لها أن تستمر كذلك إلى ما لا نهاية. وسنعتبر طاقة الوضع في هذه الحالة مساوية للصفر.



شكل (٦-١٤) البندول البسيط

عند إزاحة الكتلة (m) جانباً لنقطة (B) مثلاً، ثم يتم تركها حرة فإنها تتحرك بتأثير الجاذبية الأرضية ويكون الوضع عند النقطة (B) هو:

$$V = m\ g\ L\ (1- \cos \theta)$$

حيث (g) هي عجلة الجاذبية الأرضية، (L) هو طول القضيب، (θ) هي الزاوية التي يعملها القضيب مع الرأسي، وواضح من هذه المعادلة أنه عندما تكون الزاوية (θ-0) تكون طاقة الوضع (V=0). يمكن للكتلة (m) أن تتحرك في مستوى رأسي على محيط دائرة نصف قطرها (L) ومركزها نقطة التعلي أي المفصلة (O). عجلة الحركة الدائرية هي ($Ld^2\theta/dt^2$) والإزاحة هي (L.θ).

ومن قانون نيوتن الثاني للحركة تكون معادلة الحركة هي:

$$m\ L\ (d^2\theta/dt^2) = F=- dV/d\ (L.\theta)$$

حيث القوة المحركة (F) تساوي سالب ميل طاقة الموضع. وباستخدام معادلة طاقة الموضع تكون معادلة الحركة للبندول:

$$(d^2\theta/\ dt^2) + \omega^2 \sin \theta = 0$$

حيث ω هي التردد الزاوي للحركة ويعطي بالمعادلة:

$$\omega= 2\ \pi/T = \sqrt{g / L}$$

ومنها زمن الذبذبة (T) يساوي:

$$T = 2\pi\ \sqrt{g / L}$$

معادلة الحركة السابقة هي معادلة تفاضلية لا خطية يمكن بها وصف حركة البندول ويمكن حلها رياضياً بالكامل ولا تظهر المعادلة أي احتمال لحدوث أي حالة من حالات الفوضى في الحركة.

حركة البندول في فراغ الطور:

يمكن وضع المعادلة التفاضلية من الدرجة الثانية للبندول على صورة معادلتين أبسط لو استخدمنا السرعة الزاوية:

$$P = d\theta / dt$$

كما يأتي: $P = (d\theta /dt)\ ;\ (dp /d\theta) = - \omega^2 \sin \theta$

من الناحية الرياضية لا يوجد في هذه المعادلات أي احتمال لحدوث حالة من الفوضى ولكي نرى كيف يمكن حدوث الفوضى في هذا النظام الحركي؛ لنبدأ بحالة البندول وهو يتذبذب حول موضع اتزانه بزوايا θ صغيرة يمكن معها تقريب (sin θ) بالمفكوك:

$$\sin\theta = \theta - \theta^3/6 + \theta^5/120 - \ldots.$$

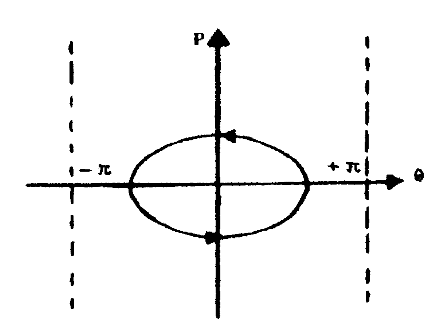
وبإهمال الحدود العليا للمفكوك نصل إلى المعادلة المعروفة للحركة التوافقية البسيطة:

$$(d^2\theta / dt^2) = - \omega^2.\theta$$

وحل هذه المعادلة هو:

$$\theta = A \sin(\omega t + \Phi)$$

حيث (A & Φ) ثوابت اختيارية تتحدد بالحالة الابتدائية للنظام الحركي. ويطلق اسم منحنى الطور على بيان الحركة في مستوى محوري إحداثياته هي (θ, P). ويكون المسار دورياً في مستوى الطور طالما كانت زاوية الحركة θ صغيرة (كما في شكل ٦-١٥).



شكل (٦-١٥) مسار دوري في مستوى الطور.

ولكن يمكن أن تتزايد قيم (θ) حتى تصل إلى (±π) وهذا هو الوضع الذي يكون فيه وضع البندول مقلوباً أي عندما تكون الكتلة (m) فوق المفصلة (A) رأسيا إلى أعلى. وواضح أن (θ=+π) هي نفس الوضع الذي نحصل عليه عندما تكون (θ=-π). وهذا

يعني أن حدود المسار الدوري لحركة البندول في مستوى الطور هو $(\theta = \pi)$،$(\theta=+\pi)$ الذي يمثلها الخطان المنقطان في شكل (٦١٥). وعند اعتبار حركة البندول في جميع الاتجاهات نستبدل بالخطان - في الشكل - سطح أسطوانة نصف قطرها (π) في فراغ الطور تحدد مسار الحركة ولا يمكن للمسار أن يخرج خارجاً عنها.

عندما يتحرك البندول بزوايا صغيرة يكون مسار الحركة في مستوى الطور على شكل قطع ناقص وتمثل النقطة (P,θ) النظام الحركي في أي لحظة. ويتكرر المسار دورياً ويساوي الزمن الدوري:

$$T= 2\pi /\omega$$

وهذه هي الحركة الدورية التوافقية البسيطة.

الحركة مع وجود احتكاك:

تقاوم قوى الاحتكاك دائماً الحركة في نظم الحركة الحقيقية؛ ولذلك يضاف في معادلة الحركة حداً يتناسب مع السرعة. يمثل قوى الاحتكاك:

$$- k (d\theta /dt)$$

حيث k معامل الاحتكاك والإشارة السالبة تعني أن الاحتكاك يسبب اضمحلال عجلة الحركة في النظام.

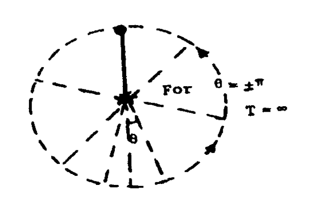
تعدل معادلة الحركة للبندول لتصبح على الصورة:

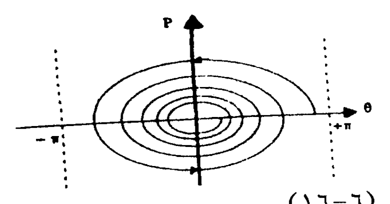
$$(d^2\theta/dt^2) + k (d\theta/ dt) + \omega \theta = 0$$

وحل هذه المعادلة التفاضلية يحتوي على حد يبين اضمحلال القوة بالاحتكاك:

$$\theta = A. \exp (-kt). \text{Sin} (\omega t + \Phi)$$

وهكذا تضمحل سعة الحركة مع الزمن حتى ينتهي البندول إلى حالة السكون عند $(\theta=0)$. ويكون مسار الحركة في مستوى الطور كما مبين بشكل (٦-١٦) حيث تتضاءل الزاوية (θ) تدريجياً أثناء الحركة ويأخذ المسار شكلاً حلزونياً ينتهي عند نقطة الصفر عندما يسكن البندول تماماً.





شكل (٦-١٦)

شكل (٦-١٦) يبين المسار الحلـزوني للنبـدول في مـستوى الطـور في حالـة وجـود احتكاك. يبين الشكل الجانبي الوضع المقلوب للبندول ($\theta = \pm \pi$) وعندها يكون الـزمن الدوري ما لا نهاية.

ماذا يحدث عند زيادة سعة الحركة؟

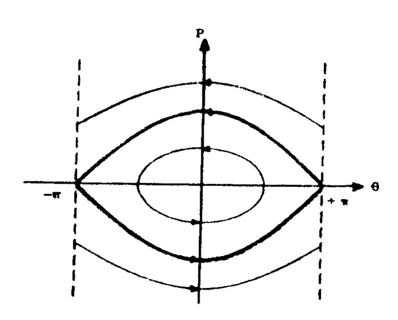
إذا زيدت سعة الحركة للبندول لا يصح استخدام معادلة الحركـة الخطيـة حيـث إن الحركة عندئذ لا تكون حركة توافقية بسيطة. وتمثل الذبذبات بسعاتها الكبيرة في مـستوى الطور بمسارات بيضية تكبر مع السعة ولا يبقى الزمن الدوري (T) ثابتـاً كـما في الحركـة التوافقية البسيطة بل يزداد كلما ازدادت سعة الحركة حتى يصل إلى زمن لا نـهائي عنـدما تصير سعة الحركة ($\pm \pi$) أي عندما يكون وضع البندول مقلوباً. ويسمى المسار عندئـذ في مستوى الطور بالفاصل (separatrix)؛ لأنه يفصل بين الحركة التذبذبية للبندول والحركة الدورانية له حول نقطة التعليق. وتأخذ السرعة الزاوية (P) قيمةً موجبة دائـماً فـوق هـذا الفاصل تمثل الحركة في اتجاه عقرب الساعة.

بينما تأخذ قيمةً سالبة دائماً أسفل هذا الفاصل. تمثل الحركة في عكس عقرب الـساعة (شكل ٦-١٧).

إذا كانت زاوية الحركة كبيرة لا يصح تقريب ($\sin \theta$) بالقيمة (θ) في معادلة الحركـة التي تصبح:

$$(d^2\theta/dt^2) + k\,(d\theta/dt) + \omega^2 \sin \theta = 0$$

ولا تنطبق قوانين البقاء في هذه الحالة. وقد يبدأ البنـدول الحركـة في عكـس عقـرب الساعة ويدور عدة مرات حول نقطة التعليق ثم تقل سعة الذبذبـة تـدريجياً حتـى يـصل البندول لحالة السكون. ولا تظهر أي حالة فوضى في هذه الحركة اللا خطية للبندول.



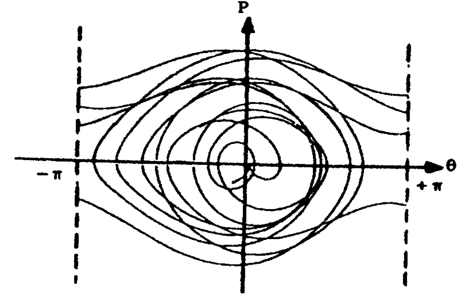
شكل (٦-١٧) مستوى الطور للبندول اللا خطي. ويمثل الخط الكثيف مسار "الفاصل" (separatrix) عندما تكون سعة الحركة (±π).

الفوضى في النظام الحركي:

لكي تظهر حالة الفوضى في نظام حركي كالبندول مثلاً، لابد من التأثير بقوة دورية خارجية على النظام أثناء حركته اللا خطية. فإذا كانت كرة البندول من مادة مغنطيسية وأثرنا عليها أثناء حركتها بمجال مغنطيس متردد بتردد (Ω) يحدثه مغنطيس يمر في ملفه تيار متردد. تصير معادلة الحركة:

$$(d^2\theta/ dt^2) + k\,(d\theta/ dt) + \omega^2 \sin\theta = A \sin(\Omega t)$$

ويمكن اعتبار الطرف الأيمن في المعادلة كأنه متذبذب خطي تردده (Ω). أي إنه يمكن النظر إلى المعادلة السابقة كأنها تصف نظاماً حركياً يتركب من متذبذبين مترابطين أولهما متذبذب لا خطي يمثله الطرف الأيسر من المعادلة، والثاني متذبذب خطي يمثله الطرف الأيمن.



شكل (٦-١٨) المسار الفوضوي في الفراغ الطوري.

وهنا تظهر ثلاثة احتمالات:

١ - عندما تكون القوة المحركة الخارجية بالتردد (Ω) كبيرة جداً فإنها تلزم البندول على متابعتها ولذلك يتحرك البندول دورياً بالتردد (Ω).

٢ - عندما تكون القوة المحركة الخارجية صغيرة جداً فإن الحركة اللاخطية للبندول تكون هي الغالبة ولا يظهر أثر للقوة الخارجية.

٣- عندما يكون الوضع بين بين؛ أي عندما تكون القوة الخارجية محسوسة ولكنها ليست كبيرة تظهر حالة الفوضى في النظام في مدى معين من قيم الثابتين (A,Ω) حيث (A) هي سعة الحركة الخارجية، (Ω) هو ترددها. ويظهر شكل (٦-١٨) المسار الفوضوي للنظام في فراغ الطور.

أمثلة للحركات الفوضوية:

أول ما يلفت النظر في الاحتفالات بالموالد في الريف المصري هو مراجيح الأطفال. كالمبينة في شكل (٦-١٩). وهي على شكل مركب معلقة بعمودين من الحديد ينتهيان بمفصلين يسمحان بالحركة الرأسية حول محور حديدي أفقي يكون جزءاً من الهيكل المعدني للأرجوحة. لنتتبع ماذا يفعل الطفل لكي يستمتع بالأرجحة؟

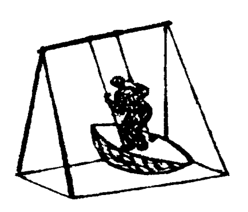
أولا- يصعد الطفل فوق المركب الذي يكون قاعدة الأرجوحة ويكون بالطبع في حالة سكون. ومهما أدى الطفل في تحركات فوق الأرجوحة فإنها لن تتأرجح أبداً طالما أنه صعد فوقها وهي في حالة سكون.

ثانياً- يعطى القائم بالعمل على المرجيحة دفعة بيده للمركب حتى تتحرك ويصير بذلك النظام حركياً.

ثالثاً- يبدأ الغلام فوق المرجيحة خفض جسمه عند أعلى وضع لها ثم القيام واقفاً عند أسفل نقطة في الحركة وتطلق كلمة «يقلع» على حركة الغلام هذه.

ونجد أن حركة المرجيحة تتسع وتزداد زاوية الحركة شيئاً فشيئاً حتى تتحول الحركة التذبذبية إلى حركة دورانية عندما تصل زاوية الحركة عند الفاصل (±π). والسؤال الآن هو: من أين يأتي الغلام الصغير بكل هذه الطاقة التي تتسبب في دوران المرجيحة بثقلها

حول محور الدوران؟ ويحدث نفس الشيء بالنسبة للاعب العقلة لكي يدور بجسمه حولها، فهو يثني جزءه للأمام في رحلة الذهاب بينام يفرده عند العودة.



شكل (٦-١٩) مرجيحة الأطفال في الموالد وحركتها الفوضوية.

عند تحليل ما يحدث نجد أن الغلام قد أحدث تغييراً في الطول الفعال (L) للبندول مرتين خلال الدورة الواحدة وذلك عن طريق خفض جسمه عند أعلى وضع للحركة من الناحيتين. وهو بذلك يركب على الذبذبة الطبيعية للبندول نصف التردد (subharmoinc) فيحدث الرنين البارامتري الذي اكتشفه فاراداي ثم تحقق من وجوده رايلي بعد ذلك وقد سمي بارامتري؛ لأنه بدلاً من التأثير على النظام بقوة مباشرة. نحدث فيه تغير دوري في أحد بارامتراته.

فمثلاً بتغيير الحد المحتوي على النظام من (ω^2) إلى $\omega^2(1+A\ \sin\Omega t)$ تصبح المعادلة التي تصف الحركة:

$$(d^2\theta/ dt^2) + k\,(d\theta/ dt) + \omega^2\,(1+ A \sin \Omega\, t) \sin \theta = 0$$

ومثل هذه النظم الحركية التي تحتوي بداخلها على متغيرات دورية، يظهر فيها حالات فوضى ينطلق فيها حينئذ ما يطلق عليه بالجاذب العجيب (strange attractor) وسمي بالعجيب؛ لعدم معرفتنا لكنيته وهو الذي يتسبب في دوران المرجيحة حول محور دورانها.

ولما كان حدوث الرنين البارامتري وحدوث الفوضى وارداً في جميع النظم الحركية في الطبيعة لذلك يتوخى المهندسون الحذر عند بناء منشآتهم الهندسية حتى لا تدخل هذه المنشآت مناطق الفوضى. ومن أوضح الأمثلة منصات استخراج البترول في البحار وأثر

أمواج البحر كقوة دورية على الحركة الطبيعية للمنصة. وأيضاً انتظام حركة فرقة من الجنود فوق كوبري قد تؤدي إلى انهياره إذا ما دخل لحالة الفوضى.

تمارين:

١ – أوجد قيمة تقريبية لكتلة الشمس، واحسب متوسط كثافتها من المعلومات الآتية:

بعد الشمس عن الأرض = ١٥٠ × ١٠^٦ كيلومتر تقريباً.

سرعة الأرض في مدارها = ٣٠ كم/ ثانية.

ثابت الجاذبية الأرضية = ٦,٧ × ١٠^-٨ (سم. جم. ثانية)

قطر الشمس = ١٤ × ١٠^٥ كيلومتر

٢ – بندول بسيط زمن ذبذبته ٤,٢ ثانية. عندما ينقص طوله بمقدار متر تصبح زمن الذبذبة ٣,٧ ثانية. أوجد الطول الأصلي للبندول وعجلة الجاذبية الأرضية؟

٣ – يتحرك قمر صناعي في مسار دائري حول كوكب كثافته ١٠ جم/ سم٣. احسب زمن الدورة بفرض أن نصف قطر المسار يساوي نصف قطر الكوكب تقريباً. (ثابت الجاذبية ٦٫٧× ١٠^-٨ وحدات سم. جم. ثانية).

(الجواب ١,٠٤ ساعة)

٤ – بندول بسيط زمن ذبذبته ثانيتان وكتلة كرته ١٠جم وسعة ذبذبته ٥سم. احسب سرعة وعجلة الكرة عندما تكون على مسافة ٢سم من وضع الاتزان؟ واحسب أيضاً الطاقة الكلية للحركة؟

٥ – قضيب منتظم يتذبذب حول محور أفقي يمر بأحد طرفيه. إذا علم أن زمن الذبذبة ١,٦٥ ثانية وكتلة القضيب ١٢٥ جرام. أوجد طوله وعزم القصور الذاتي له حول المحور الأفقي؟

(الجواب ١٠١,٤سم، ٤,٢٩ × ١٠^٥ جم. سم٢)

٦- أثبت أنه إذا علقت كتلة في طرف سلك زنبركي، ثم شدت وتركت حرة، فإنها تتحرك حركة توافقية بسيطة.

إذا علقت كتلة مقدارها ٢٠٠ جم من طرف سلك زنبركي فإنها تحدث فيه استطالة قدرها ٢ سم. أوجد زمن الذبذبة عند تعليق كتلة ٥٠٠ جرام في هذا الطرف من السلك؟

٧- احسب الارتفاع الذي تبلغ فيه عجلة الجاذبية ٠,٠١ من قيمتها عند سطح الأرض. علماً بأن نصف قطر الكرة الأرضية ٦٤٠٠ كيلومتر.

٨- شريحة من الصلب مثبت إحدى طرفيها، تهتز بتردد قدره ٥٠ ذبذبة في الثانية. إذا كانت سعة الذبذبة ٠,٨ سم عند الطرف المطلق. أوجد سرعة هذا الطرف عندما يمر بمركز الحركة وكذلك العجلة عند أقصى إزاحة؟

٩- ساعتان بندولا هما من الحديد والنحاس يعطيان نفس الوقت في درجة 5°c ما هو مدى اختلافهما في يوم كامل إذا كانت متوسط درجة الحرارة ٢٥° م. (معاملا التمدد الطولي للحديد والنحاس هما ١٢× ١٠ $^{-٦}$ ، ١٨× ١٠ $^{-٦}$ على الترتيب).

***

الباب الخامس

تركيب المادة وخواصها

٥ – ١ النظرية الجزيئية للمادة: Molecular theory of Matter

تتركب المادة من أجزاء صغيرة جدًّا تسمى بالذرات أو الجزئيات. وذرات المادة الواحدة متشابهة تماماً من ناحية التركيب والخواص الطبيعية. وتستقر ذرات أو جزيئات المادة في حالة اتزان داخلها تحت تأثير قوى بينية كبيرة بعضها جاذب والآخر طارد. وتتوقف نوع هذه الوقى وشلتها على نوع المادة المعنية.

القوى الجاذبة على ثلاثة أنواع:

(أ) قوى كولومية تعتمد على التجاذب الكهربي بين الشحنات المختلفة الإشارة كما يحدث في حالة البلورات الأيونية مثل كلوريد الصوديوم.

(ب) قوى فان درفال. وتحدث نتيجة لدوران الإلكترونات في مساراتها حول نواة الذرة ويتسبب عن ذلك ما يسمى ثنائي القطب الكهربي electric dipole وهذه الإلكترونات بتجاذبها مع بعضها في الذرات المتجاورة تحدث ما يطلق عليه بقوى فان درفال وهي غالباً قوى ضعيفة كما في الشمع وذلك سبب انخفاض نقطة انصهاره.

(جـ) قوى التبادل وتنشأ عندما يحدث اتحاد كيميائي ينتقل فيه إلكترون من الذرة الأولى إلى ذرة مجاورة ويتسبب هذا الانتقال في تلاصق الذرتين بقوى كبيرة.

أما القوى الطاردة فتنتج بسبب التنافر بين الشحنات السالبة (الإلكترونات) المحيطة بكل ذرة والتي يصبح تأثيرها كبيراً جدًّا عندما تقترب الذرات من بعضها بدرجة كبيرة تحت تأثير القوى الجاذبة سالفة الذكر.

أما القوى الطاردة فتنتج بسبب التنافر بين الشحنات السالبة (الإلكترونات) المحيطة بكل ذرة والتي يصبح تأثيرها كبيراً جداً عندما تقترب الذرات من بعضها بدرجة كبيرة تحت تأثير القوى الجاذبة سالفة الذكر.

٥ – ٢ أحوال المادة الثلاثة:

توجد المادة في الطبيعة على أشكال ثلاثة هي الصلبة، السائلة والغازية وتتوقف الحالة التي توجد عليها المادة على كيفية ارتباط جزيئاتها ببعضها وعلى مقدار القوى البينية بين هذه الجزيئات.

١ – الحالة الصلبة للأجسام:

وفيها تكون الجزيئات قريبة من بعضها وتكون قوى التجاذب بين الجزيئات كبيرة جداً وهذه القوى هي التي تحفظ للجسم الصلب شكله. ويتحرك كل جزيء حركة تذبذبية حول موضع توازنه تزداد سعتها بازدياد درجة الحرارة. وهذا يفسر ظاهرة تمدد الأجسام الصلبة بالحرارة. وعندما تصل درجة الحرارة لنقطة الانصهار تكون الذبذبات قد بلغت من العنف أقصى حدًا حتى إنها تتغلب على قوى التجاذب، فيتحطم الشكل الصلب للجسم متحولا إلى سائل. وتمثل الحرارة الكامنة للانصهار الطاقة الحرارية اللازمة لتحطيم الشكل الصلب للجسم.

٢– حالة السوائل:

في هذه الحالة تتحرك الجزيئات بحرية أكثر من حالة الصلابة وإن كانت قوى التجاذب بينها لا تزال من القوة بحيث تجمعها جميعاً في حجم ثابت. وتغادر السائل عند سطحه بعض الجزيئات ذات الطاقة الكبيرة ويعرف ذلك بالبخر. ونتيجة هروب الجزئيات السريعة ذات الطاقة العالية وتبقي الجزيئات البطيئة ذات الطاقة المنخفضة نسبياً، فإن متوسط طاقة الجزيء في داخل السائل تنخفض ولذلك فإن البخر يخفض من درجة حرارة السائل.

أما إذا ارتفعت درجة الحرارة حتى تصل إلى نقطة الغليان فإن الطاقة الحرارية تكون كافية لهروب جميع الجزيئات من السائل وبذلك يتحول إلى الحالة الغازية. ويكون ضغط الجزيئات فوق سطح السائل (ضغط البخار) عند نقطة الغليان مساوياً للضغط الجوي.

٣ – حالة الغازات:

في هذه الحالة لا تشغل جزيئات الغاز أماكن ثابتة فهي حرة الحركة في أي مكان؛

ولذلك فإننا نجد الغاز يشغل دائماً حجم كل الإناء الموضوع فيه. ونتيجة لبعد جزيئات الغاز عن بعضها يسهل ضغط الغازات عن السوائل والأجسام الصلبة.

مرونة الأجسام الصلبة:

إذ أثرنا بقوة على جسم صلب، ونتج عنها تغير في أبعاده أو في شكله، يقال إن الجسم تام المرونة إذا عاد إلى سابق شكله وأبعاده تماماً بعد إزالة القوة. وتعود خاصية المرونة في الأجسام إلى القوة البينية الكبيرة بين الذرات المكونة لها.

تبنى نظرية المرونة على بعض المشاهدات التي أجراها هوك لربط العلاقة بين القوة المؤثرة على الجسم والتغير في أبعاده وشكله. وكمقياس للقوة عرَّف هوك الإجهاد بأنه: القوة الواقعة على وحدة المساحات من الجسم كما عرَّف الانفعال بأنه التغير النسبي الحادث وينقسم إلى أنواع ثلاثة:

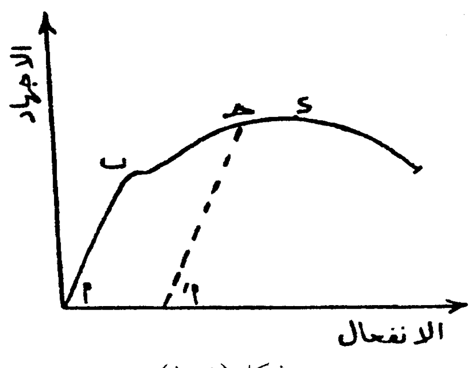
١- انفعال طولي ويساوي التغير في الطول مقسوماً على الطول الأصلي، $\frac{d\ell}{\ell}$

٢- انفعال حجمي ويساوي التغير في الحجم مقسوماً على الحجم الأصلي $\frac{dv}{v\ell}$

٣- انفعال قاص ويحدث في حالة تغير شكل الجسم دون أبعاده كما يحدث مثلا عند لَي سلك بقوة قاصة. ويقاس الانفعال القاص بالزاوية θ التي بدورها خط مستقيم على سطح الجسم نتيجة لتأثير القوة.

وضع هوك خلاصة تجاربه على شكل قانون يعرف باسمه وينص على "تتناسب مركبات الإجهاد طردياً مع مركبات الانفعال المناظرة داخل الحد المرن للجسم".

والحد المرن هو النقطة التي يبطل بعدها قانون هوك. فإذا زيدت تدريجياً القوة المؤثرة على سلك ما وقيس الانفعال الطولي الحادث نحصل على منحنى كالمبين في شكل (٥-١)، الذي يبين العلاقة بين الإجهاد والانفعال. يلاحظ أن استطالة السلك تتناسب طردياً مع الثقل المعلق في المدى من التغير ا ب والذي يصح فيه تطبيق قانون هوك. ويطلق على النقطة ب بالحد المرن للجسم وأحياناً بنقطة التداعي.



شكل (٥-١)

إذا تعدى الجسم حده المرن بأن وصل إلى نقطة مثل حـ فإنه عند إزالـة القـوة المـؤثرة يتراجع الانفعال في اتجاه حـا ويبقى قدر دائم منه يساوي ا ا٢.

وإذا زيد الإجهاد حتى النقطة د نكون قد وصلنا إلى أكبر إجهـاد يمكـن للجـسم أن يتحمله وبعدها ينكسر.

ولذلك يطلق على الإجهاد عند النقطة د بإجهاد الكسر. ويطلق على المـواد التـي لهـا إجهاد كسر أعلى من إجهاد التداعي بالمواد اللينة (ductile) بينما يطلق على تلك المواد التي يقترب فيها إجهاد الكسر من إجهاد التداعي بالمواد الهشة (brittle) إذ إنها تنكسر قبـل أن يحدث لها انفعال دائم يذكر.

٥ — ٤ معاملات المرونة : Moduli ol elasticity

يمكن التعبير عن قانون هوك رياضيًّا بالمعادلة الآتية:

$$\frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}} = \text{ثابت}$$

حيث يتوقف المقدار الثابت على طبيعة المادة ويميزها من ناحية المرونة؛ ولذلك يطلق عليه معامل المرونة. ولما كان هناك ثلاثة أنواع من الانفعال؛ لذلك يوجد أيضاً ثلاثة أنواع من معاملات المرونة؟

معامل المرونة الطولي (معامل يونج): Young's modulus

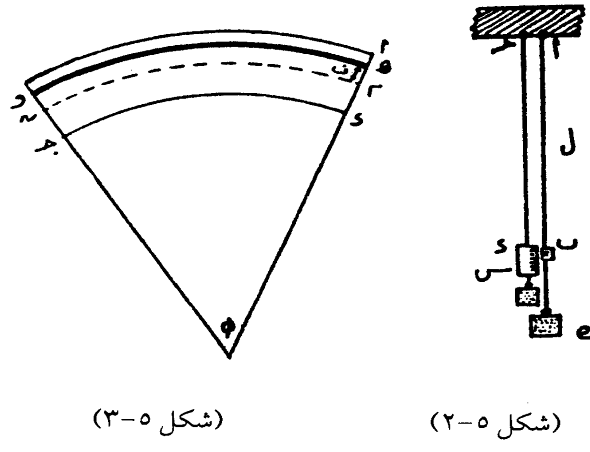
ويستخدم عندما يتضمن الانفعال تغييراً في الطول كما هـو الحـال في حالـة اسـتطالة سلك. فمثلاً إذا علق ثقل كتلته m في سلك طوله ل ونصف قطـره υ فأحـدث اسـتطالة قدرها د ل، يمكن إيجاد معامل يونج كما يأتي:

الاجهاد الطولي: $\frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}} = \frac{mg}{\pi r^2}$

الانفعال الطولي = التغير النسبي في الطول $\frac{d\ell}{\ell}$

∴ معامل يونج للمرونة الطولية $Y = \frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}} = \frac{m\ell}{\pi r^2}\left(\frac{\ell}{d\ell}\right)$

تقاس الزيادة في الطول د ل للسلك ا ب تحت الاختبار بوضع ثقل إضـافي m عليـه، ثم باستخدام ورنيه ب تتحرك أمام مقياس مدرج س مثبت في أسفل سلك حـ د مشدود بثقل ثابت



(شكل ٥-٣)　　　(شكل ٥-٢)

ويعمل كعلامة ثابتة: تعين مقدار استطالة ا ب، شكل (٥-٢). وباستخدام المعادلـة السابقة يمكن تعيين معامل المرونة الطولي للسلك.

معامل يونج بطريقة انحناء القضبان:

اعتبر حالة قضيب ا ب حـ د واقع تحت تأثير ازدواج تسبب عنه انحناء القضيب على شكل قوس من دائرة كما هو مبين بشكل (٥-٣).

إذا فرضنا أن القضيب مكون من شرائح رقيقة ملتصقة بعضها ببعض تكون الشرائح الداخلية القريبة من مركز الانحناء واقعة تحت تضاغط يسبب انكماشها بينما يحدث العكس لتلك الشرائح البعيدة التي تستطيل. توجد في وسط القضيب شريحة لم يتغير طولها بالزيادة أو بالنقصان وتسمى بالشريحة المتعادلة وتوجد عند خط يسمى بمحور التعادل م υ. نفرض أن نصف قطر انحناء خط التعادل هو r وأن الزاوية التي تقابله عند المركز هي ϕ.

اعتبر الشريحة هـ والتي تبعد مسافة x عن خط التعادل.

من هندسة الشكل:

هـ و = $(r + x)\,\phi$

مقدار الاستطالة في الشريحة هـ و يسبب الانحناء.

$$(r+x)\,\phi - \upsilon\phi$$
$$= x\,.\,\phi$$

الانفعال الناتج في هذه الشريحة = $\dfrac{\text{الاستطالة}}{\text{الطول الأصلي}}$

$$\frac{x.\phi}{r.\phi} = \frac{x}{r}$$

إذ كانت مساحة مقطع الشريحة A ومعامل يونج لمادة القضيب Y فإن القوة F المسببة لهذه الاستطالة حسب قانون هوك هي:

$$Fx = Y\,.\,\frac{x}{r}\,.\,A$$

عزم هذه القوة حول خط التعادل = $Y\dfrac{x}{r}.\,A.\,x$

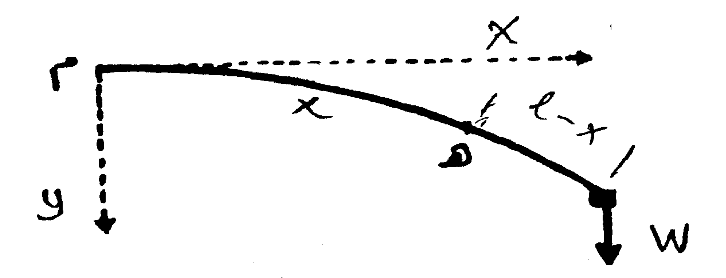
وبتجميع عزوم مثل هذه القوى المؤثرة على جميع شرائح القضيب نحصل على العزم الكلي للانحناء M حيث:

$$M = \frac{Y}{r} \Sigma A x^2$$

$$M = I\left(\frac{Y}{r}\right) \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (5\text{-}1)$$

ويسمى المقدار $I = \Sigma A x^2$ بعزم القصور الذاتي الهندسي لمقطع القضيب حول محور عمودي على مستوى الانحناء (مستوى الورقة في الرسم) ويلاحظ أنه يحمل نفس طابع عزم القصور الذاتي لجسم مع فارق واحد هو إننا نتعامل هنا مع مساحة م مضروبة في مربع بعدها عن محور ما، بينما في حالة القصور الذاتي للجسم فإننا نتعامل مع كتلة ك مضروبة أيضاً في مربع بعدها عن محور ما.

لتعيين عزم الانحناء لقضيب خفيف ومنتظم مثبت من أحد طرفيه ومحمل بثقل على الطرف الآخر (شكل ٥-٤) نفرض أن كتلة القضيب صغيرة بالنسبة للكتلة المعلقة عند طرفه، وتعتبر الطرف المثبت للقضيب مركزاً للإحداثيات، والمحور الأفقي م س اتجاهاً موجباً للقياس وأن العمودي عليه هو م ص. عندما يكون نصف قطر الانحناء υ كبيراً أي يكون الانحناء صغيراً (الانحناء هو مقلوب نصف القطر)



(شكل ٥-٤)

فإنه يمكن إثبات أن الانحناء $\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2}$

اعتبر مقطع للقضيب عند نقطة مثل هـ تبعد عن المركز م مسافة x. إذا كان طول القضيب ℓ يكون بعد النقطة هـ عن موضع الثقل وهو $(\ell - x)$ ويكون عزم القوة المؤثرة على مقطع القضيب عند هذه النقطة هو $M = w(\ell - x)$

ولما كان هذا الجزء من القضيب في حالة اتزان فإنه يكون واقعاً تحت تأثير ازدواج معاكس عزمه كما أثبتنا سابقاً هو:

عزم الانحناء ع $M = I\dfrac{Y}{r}$

أي إن:

$$I\left(\frac{Y}{r}\right) = w(\ell - x)$$

ويمكننا رفع المجهول r من المعادلة السابقة بوضع.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{r} = \frac{w}{IY}\,(\ell - x)$$

وبإجراء التكامل فإن:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{w}{IY}\left(\ell x - \frac{x^2}{2}\right) = \text{مقدار ثابت} +$$

وبمعرفة أن $\dfrac{dy}{dx} = o$ عند x= 0 فإن ثابت التكامل يتلاشى

وبإجراء التكامل مرة ثانية نحصل على $\left|y\right|_o^{\delta} = \dfrac{W}{Iy}\left[\dfrac{\ell x^2}{2} - \dfrac{x^3}{6}\right]_o^{\ell} + const$

والثابت هنا أيضاً يساوي صفرًا ؛ لأن عند x=0 يكون y=o أيضاً. ويكون بذلك الانخفاض δ في نهاية القضيب تحت تأثير w هو.

$$\gamma = \frac{W}{Iy}\left[\frac{\ell^3}{2} - \frac{\ell^3}{6}\right] = \frac{W\ell^3}{3Iy}$$

عندما يكون للقضيب مقطع مستطيل الشكل عرضه a وعمقه b فإن عزم القصور الذاتي الهندسي لمقطعة حول محور التعادل يكون:

$$I = \frac{1}{12}\,ab^3$$

ويكون بذلك الانخفاض

$$\gamma = \frac{4w\ell^3}{Y\,ab^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}2)$$

ولتعيين معامل يونج عملياً يقاس الانخفاض δ في طرف القضيب الناتج عن تعليق ثقل قدره ك وذلك بواسطة ميكروسكوب لـه مقيـاس رأسي ثـم بـالتعويض في المعادلـة (٥-٢) وبوضع w= mg حيث m هي الكتلة المعلقة g عجلة الجاذبية فإننا نحصل على

$$Y = \frac{4mg\ell^3}{\gamma\,ab^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}3)$$

ويلاحظ أنه إذا استخدمنا قضيب طوله ℓ مرفوع على حافتين ثم وضعنا أثقالا عنـد منتصف القضيب وجب تعديل المعادلة (٥-٣) وذلك باعتبار أن نصف الثقل المعلق يؤثر على نصف طول القضيب أي إننا نستبدل قيمـة الثقـل ω في المعادلـة (٥-٣) بالمقـدار $\frac{\omega}{2}$ والطول ℓ بالمقدار $\ell/2$ فنحصل على المعادلة

$$Y = \frac{mg\ell^3}{4\gamma ab^3}$$

معامل المرونة الحجمي : Bung's modulus

وينشأ عندما يكون الانفعال الناشئ عن القـوة حجـيا كـما هـو الحـال في الغـازات والسوائل والأجسام التي يقع عليها ضغوط من جميع الاتجاهات.

إذا حدث تغيرًا في الضغط dp وتغيراً نسبياً في الحجـم بمقـدار dv/v يكـون معامـل المرونة الحجمي $B = -dp/(dv/v)$ والإشارة السالبة هنا تعني أن الزيادة في الضغط تحدث نقصاً في الحجم ويعرف مقلوب معامل المرونة الحجمي بمعامل الانضغاظ.

معامل المرونة الحجمي للغاز:

يتغير حجم أي غاز تبعاً لضغطه حسب قانون بويل.

ثابت pv= c بفرض ثبوت درجة الحرارة.

بمفاضلة المعادلة بالنسبة للحجم فإن

$$P+V\frac{dp}{dv}=0$$

$$\therefore P=-V\frac{dp}{dv}=B$$

أي إن معامل المرونة الحجمي لغاز عند ثبوت درجة حرارته تساوي ضغطه. أما إذا تغيرت درجة الحرارة أثناء الضغط فإن علاقة P, V تتبع المعادلة

PV^{γ} = ثابت حيث $\gamma = (C_p/C_v)$ = النسبة بين الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت إلى تلك تحت حجم ثابت.

وبمفاضلة المعادلة بالنسبة للحجم نحصل على

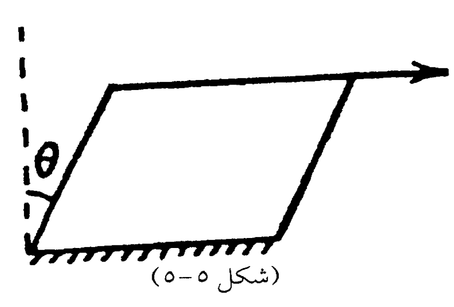
$$P.\gamma V^{\lambda-1}+V^{\gamma}\frac{dp}{dv}=0$$

$$\gamma P=-V\frac{dp}{dv}=B$$

أي إن معامل الحجمي في هذه الحالة يساوي γ P

معامل الصلابة أو القص: Shear Modulus

يستخدم عندما يحدث الاجهاد تغيراً في الشكل فقط. نفرض مثلاً مكعب من المطاط مثبت من قاعدته وأثرنا على سطحه العلوي بقوة مماسية تتسبب في انبعاج شكله كما في الرسم (٥-٥).



(شكل ٥-٥)

الانفعال القاص = الزاوية θ بالتقدير الدائري.

معامل المرونة القاص N= (F/A.θ)

حيث F هي القوة المماسية التي تؤثر على السطح العلوي للمكعب ومساحته A.

وحدات معامل المرونة هي $ML^{1}T^{2}$

تعيين معامل الصلابة أو القص لسلك:

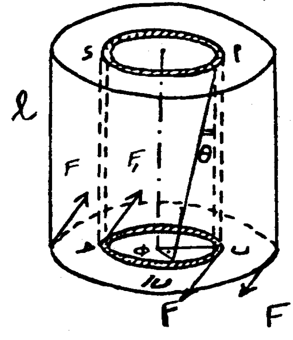
اعتبر مثلاً حالة أسطوانة مثبتة من طرفها العلوي ويؤثر على طرفهـا الـسفلي ازدواج مماسي يحدث انفعال قص في الأسطوانة. اعتبر شريحة أسطوانية ا ب جـ د. شكل (٥-٦)، نصف قطرها س وسمكها د س وتؤثر عليها قوة $ق_1$.

الاجهاد الطولي: $\frac{\text{القوة}}{\text{المساحة}} = \frac{F}{2\,\pi\, x\, dx}$

نفرض أن الخط ا ب على سطح هذه الشريحة الأسطوانية قد أخـذ الوضـع أ ب بعـد الانفعال أي إنه دار بزاوية θ. ونفرض أن القوس ب بَ يعمل زاوية ϕ عند مركز مقطـع الأسطوانة السفلي.

إذا كان ℓ هو طول الأسطوانة فإن

طول القوس ب بّ $A.\phi = \ell.\theta$



(شكل ٥-٦)

ومن تعريف معامل الصلابة N = $\frac{\text{الاجهاد}}{\text{الانفعال}} = \frac{F_1}{2\,\pi\, x\, dx\theta}$

$$F_1 = 2\,\pi\, N \times d \times .\frac{x\phi}{\ell}$$

عزم هذه القوة حول محور الأسطوانة

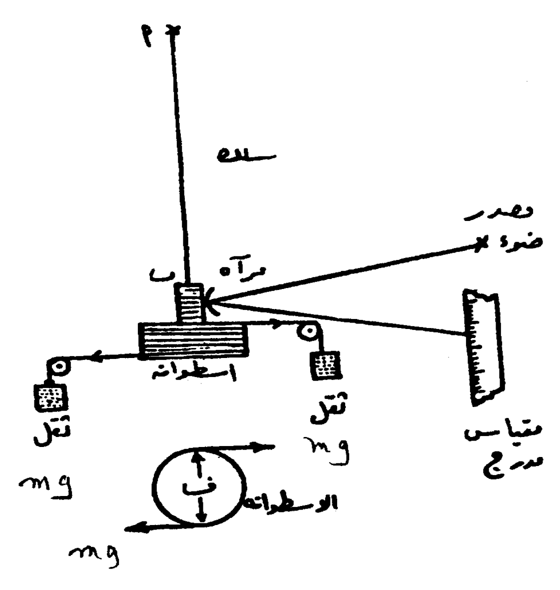
$$M_1 = F_1 . x = \frac{2\pi N \phi}{\ell} . x^3 \, dx$$

العزم الكلي للقوة المؤثرة على نهاية الأسطوانة يساوي مجموع العزوم على جميع الشرائح الأسطوانية.

$$M = \Sigma M_1 = \int_o^r \frac{2\pi \ N \ \phi}{\ell} \ x^3 \ dx$$

$$\therefore M = \frac{\pi \ N \ \phi . r^4}{2\ell}$$

وتستخدم هذه المعادلة لإيجاد معامل الصلابة لأسلاك بقياس عزم الازدواج M المحدث للقص وذلك بالجهاز المبين بشكل (٥-٧).



(شكل ٥-٧)

يثبت السلك ا ب المراد تعيين معامل صلابته من أحد طرفيه ويثبت الطرف الآخر في أسطوانة قطرها ف ملفوف عليها خيط يتصل طرفاه بكفتي ميزان الوضع الأثقال كما

يمرر كل خيط قبل اتصاله بالكفة على بكرة.

عند وضع كتلة m في كل من الكفتين يحدث لَي في السلك ويمكن قياس زاوية الدوران ϕ بواسطة انعكاس ضوئي من مصباح ساقط على مرآة مثبتة على الأسطوانة. وينعكس الشعاع ليسقط على مقياس مدرج. تبين حركة الشعاع على المقياس قيمة زاوية الدوران.

عزم الازدواج المحدث للقص = m g x

$$m g x = \frac{\pi N \phi r^4}{2 \ell}$$

حيث r نصف قطر السلك، ℓ طوله. ومن المعادلة السابقة يمكن تعيين قيمة معامل الصلابة N.

طريقة سيرل لتعيين معاملا المرونة والصلابة لسلك:

نحضر قضيبين مربعين من النحاس ا . ب ونثبت من منتصفيهما السلك تحت الاختبار كما في شكل (٥-٨) ونعلق المجموعة بواسطة خيطين متوازيين من الحرير.

إذا قربنا طرفي القضيبين من بعضهما قليلاً ثم تركناهما تحدث حركة تذبذبية في مستوى أفقي ويكون مركزي القضبين م. م في حالة سكون تقريباً أي إن حركة السلك تكون تحت تأثير ازدواج عزمه $M_o = \frac{Y}{r} \Sigma A x^2$ = M_o

نفرض أن طول السلك ℓ وإن كان القضيب قد دار بزاوية أفقية قدرها θ يكون نصف قطر انحناء السلك $r = \frac{\ell}{2\theta}$. وإذا كان I هو عزم القصور الذاتي لكل قضيب حول محور رأسي يمر بمركزه فإن معادلة الحركة تصبح:

$$I \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{Y}{r} \Sigma A x^2$$

$$= -2 \frac{Y}{\ell} \Sigma A x^2 . \theta$$

وهذه معادلة حركة توافقية بسيطة على شكل:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{2Y\Sigma Ax^2}{I\ell} = \frac{4\pi^2}{T_1^2}$$

حيثT_1 هي زمن الذبذبة. أي إن

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I}{2Y\,\Sigma Ax^2}}$$

وربما أن السلك دائري انقطع فإن عزم القصور الذاتي الهندسي له $\Sigma Ax^2 = \frac{\pi r}{4}$
وبذلك يكون زمن الذبذبة.

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I\ell}{2Y\left(\frac{\pi r^4}{4}\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{2I\ell}{Y\pi r^4}}$$

وبمعرفة زمن الذبذبة T_1 8 ., نحصل على معامل يونج للمرونة Y.

$$Y = \frac{8\pi I.\ell}{T_1^2 . r^4}$$

ولإيجاد معامل الصلابة لنفس السلك نزيل خيطي التعليق ويثبت أحد القضيبين أفقياً بينما يكون الثاني معلقاً بواسطة السلك تحت الاختبار. إذا أثّرنا بازدواج على الأسطوانة المعلقة وتركناها حرة بعد ذلك نجد أنها تتحرك حركة توافقية بسيطة تكون معادلتها:

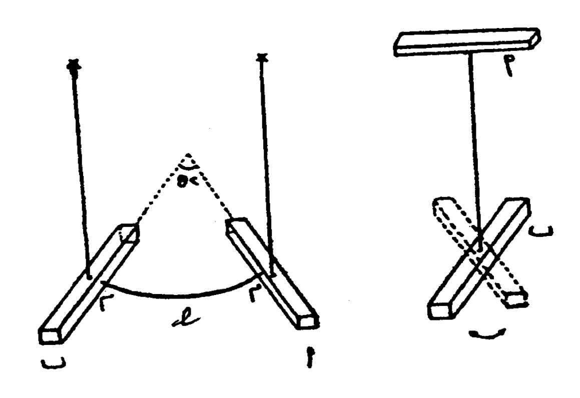
$$\upsilon = I\frac{d^2\phi}{dt^2} = -\frac{\pi N r^4}{2\ell\phi}$$

وسرعتها الزاوية $\omega = \frac{\pi N r^4}{2\ell I}$

والزمن الدوري لها $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2\ell I}{\pi N r^4}}$

ومن المعادلة نحصل على معامل الصلابة

$$N = \frac{8\pi\ell}{T_2^2}\,\frac{I}{r^4} \quad \text{.......................................} \quad (5\text{-}7)$$



(شكل ٥-٨)

بقياس زمن الذبذبة وإيجاد عزم القصور الذاتي I للقضيب حول محور الدوران يمكن تعيين معامل الصلابة N. ويمكن بطريقة سيرل إيجاد النسبة بين معامل المرونة إلى معامل الصلابة للسلك دون الحاجة لمعرفة نصف قطر وطول السلك وكذلك لعزم القصور الذاتي I إذ بقسمة المعادلتين (٥-٦) & (٥-٧) نحصل مباشرة على $\frac{r}{N} = \frac{T_2^2}{T_1^2}$.

٥ – ٦ نسبة بواسون: Poisson ratio

يصاحب الانفعال الطولي لأي جسم تغيراً في بعده المستعرض. فمثلاً عندما يستطيل سلك ينقص حلول قطره. وتعريف نسبة بواسون γ هو:

$$\frac{\text{الانفعال المستعرض}}{\text{الانفعال الطولي}} = \left(\frac{dr}{r} / \frac{d\ell}{\ell}\right)$$

حيث $\frac{dr}{r}$ هو التغير النسبي في نصف القطر المصاحب للانفعال $\frac{d\ell}{\ell}$

وواضح أن نسبة بواسون لا أبعاد لها فهي نسبة عددية. ويمكن بالحساب إثبات أن نسبة بواسون= $\frac{1}{3}$، كما يأتي:

نفرض سلك طوله ℓ ونصف قطره r، يكون حجمه. $V = \pi r^2 . \ell$ عند استطالة هذا السلك لا يتغير حجمه؛ ولكن يزداد طوله ويقل نصف قطره.

وبمفاضلة المعادلة السابقة «$V = \pi r^2 . \ell$» ينتج:

أي إن $o = \pi\ r^2\ d\ell + 2\pi\ r\ell\ dr$

$$\frac{d\ell}{\ell} = -2\frac{dr}{r}$$

ومن التعريف

$$\therefore \left(\frac{dr}{r} / \frac{dl}{\ell}\right) = -\frac{1}{2}$$

«نسبة بواسون هي الانكماش النسبي في القطر إلى الاستطالة» أي إن γ = $\frac{١}{٢}$ وقد وجد عملياً أن متوسط نسبة بواسون للفلزات حوالي ٠,٣

٥ – ٧ العلاقة بين معاملات المرونة المختلفة:

أولاً: اعتبر مكعباً من المادة طول ضلعه الوحدة. واعتبر ثلاثة من أحرفه المتعامدة تكون محاور إحداثيات x y z

نفرض أننا أثرنا بقوة F عمودية على كل زوجين متقابلين من الأوجه المتعامدة.

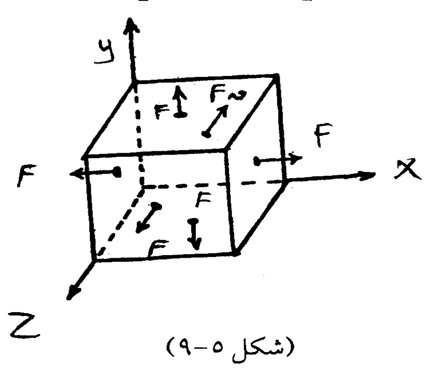
الاستطالة في اتجاه القوة = الانفعال الطولي = $\frac{F}{Y}$

حيث Y هو معامل يونج للمرونة.

الانكماش العمودي المصاحب لهذه الاستطالة $\gamma \frac{F}{Y}$

$\therefore$ طول كل ضلع من أضلاع المكعب $1 + \frac{F}{y} - 2\gamma \frac{F}{Y}$

$\therefore$ التغير في حجم المكعب= $1 - \left[1 + \frac{F}{y} - 2\gamma \frac{F}{Y}\right]^2$



(شكل ٥-٩)

∴ الانفعال $\frac{F}{Y}$ كمية صغيرة أصلا، يمكن إهمال الحدود المربعة والمكعبة في المكفوك؛ لأنها تصبح كميات صغيرة جدًّا.

$$\therefore \text{التغير في حجم المكعب} = F\left(\frac{1}{Y} - \frac{2\gamma}{Y}\right)$$

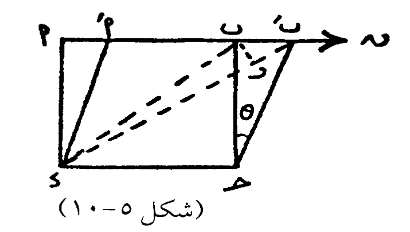
$$\therefore \text{معامل المرونة المجمي } B = \frac{F}{\text{التغير في الحجم}} = \frac{y}{3(1 - -2\gamma)} \quad \dots (٥-٥)$$

ثانياً – العلاقة بين القص والاستطالة:

لإثبات أن القص هو استطالة مقترفة بانكماش في اتجاه عمودي عليه اعتبر الوجه ا ب جـ د في المكعب بعد التأثير عليه بقوة قاصة وحدوث الانفعال.

الانفعال القاص = الزاوية θ

يصاحب هذا الانفعال استطالة في القطر بَ د مع انضغاط في القطر اَ جـ



(شكل ٥-١٠)

$$\text{الاستطال في ب د} = \frac{\text{ب و}}{\text{ب د}} = \frac{\text{ب بَ}}{\sqrt{٢}} \cdot \frac{١}{\sqrt{٢}\,\text{ب جـ}}$$

$$= \frac{١}{٢} \quad \frac{\text{ب ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{١}{٢} \quad \theta \, .$$

الانضغاط النسبي في القطر اَ جـ = $\frac{١}{٢}$ θ .

أي إن القص θ يكافئ تماماً استطالة نسبية $\frac{١}{٢}$ θ مصحوبة بانضغاط نسبي عمودي عليها قدره $\frac{١}{٢}$ θ .

نفرض الآن أن المكعب يؤثر عليه قوى شادة على وجهين متقابلين وضاغطة على وجهين آخرين.

الاستطالة $\frac{F}{Y} + \gamma \frac{F}{Y}$

الانكماش $= \frac{F}{Y} + \gamma \frac{F}{Y}$ وهما متساويان ومتعامدان أي إنهما يعادلان قص قدره زاوية θ.

معامل المرونة القاص N $\frac{F}{\theta}$

لكن مما سبق $\theta = 2\left(\frac{F}{Y} + \gamma \frac{F}{Y}\right)$

$$\frac{Y}{2(\gamma+1)} = N \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}6)$$

بحذف نسبة بواسون γ من المعادلتين (٥-٥)، (٥-٦) نحصل على العلاقة بين معاملات المرونة الثلاثة كالآتي:

$$Y = \frac{9NB}{N+3B} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5\text{-}7)$$

٥ – ٨ الإجهاد الناتج عن تمدد الأجسام:

إذا ثبت قضيب معدني من طرفيه ثم رفعت درجة حرارته يتولد داخله انفعال تضاغطي نتيجة لامتناع التمدد. يمكن افتراض الوصول إلى هذه الحالة على مرحلتين.

أولاً: أن يترك القضيب حراً ليتمدد بالحرارة.

ثانياً: نؤثر على طرق القضيب بقوة ضاغطة F لتعيد طول القضيب إلى ما كان عليه قبل التسخين.

إذا كان مقدار التمدد dx ومساحته مقطع القضيب A فإن معامل يونج للمرونة:

$$Y = \frac{F}{A} + \frac{dx}{x}$$

ولكن من تعرف معامل التمدد الطولي $\frac{dx}{x} = \propto T$

حيث $T^{o}C$ هو ارتفاع درجات الحرارة الذي نشأ عنه التمدد dx في الطول x. من

المعادلتين السابقين نحصل على قوة التضاغط داخل القضيب $F = YA\alpha T$ نيوتن.

٥ – ٩ الطاقة المختزنة في سلك عليه إجهاد:

إذا أثرنا بقوة υ على سلك طوله x وحدث عنها استطالة dx داخل الحد المرن لمادة السلك فإن استطالته تتناسب مع القوة حسب قانون هوك. يلاحظ هنا أن القوة تزايدت من صفر إلى قيمتها النهائية F لتحدث لانفعال dx.

الشغل المبذول أثناء حدوث هذه الاستطالة = القوة × المسافة.

= القوة المتوسطة × الاستطالة

= $\frac{1}{2} F\,dx$ جول.

وتختزن هذه الطاقة داخل السلك المشدود.

لكن من قانون هوك $F = YA\frac{dx}{x}$

∴ الطاقة المختزنة = $\frac{1}{2}\, YA\, \frac{(dx)^2}{x}$

لكن حجم السلك = مساحة مقطعة في طوله = A.X

∴ الطاقة المخزونة في كل وحدة حجوم $\frac{1}{2} Y\left(\frac{dx}{x}\right)^2$

لكن $Y\left(\frac{dx}{x}\right)$ = الإجهاد، $\frac{dx}{x}$ = الانفعال

∴ الطافة المخزونة لكل وحدة حجوم= $\frac{١}{٢}$ الإجهاد × الانفعال

تمارين:

١ – سلكان أحدهما نحاس والآخر حديد طول كل منهما ٥ متر، ثُبِّتْ طرفهما معاً في نقطة وعلق في الطرف المشترك الآخر كتلة ٢٠ كيلو جرام. إذا كانت مساحة مقطع كل منهما ٠,٠١ سم٢ أوجد مقدار الاستطالة.

(Y النحاس = ١٠ ^١١^ نيوتن/ متر٢، γ للحديد= ٢ × ١٠ ^١١^ نيوتن/ متر٢).

الحل:

يستطيل كل من السلكين بمقدار واحد ليكن dx

بالنسبة للنحاس $F = Y A \frac{dx}{x} = ١٠^{١١} \times \frac{٠,٠١}{١٠^{٤}} \times \frac{dx}{٥}$ نيوتن

للحديد F_1 ـ $= Y_1 A \frac{dx}{x} = ٢ \times ١٠^{١١} \times \frac{٠,٠١}{١٠^{٤}} \times \frac{dx}{٥}$ نيوتن

أي إن $F_1 = 2F$، لكن القوة الكلية هي ثقل الوزن المعلق.

$F = m\,g = ٩,٨ \times ٢٠$

$3F = F_1 + F$

وبالتعويض نحصل على الاستطالة من المعادلة:

$$\frac{٩,٨ \times ٢٠}{٣} = \frac{٠,٠١}{١٠^{٤}} \times \frac{dx}{٥}$$

ومنها dx = ٠,٠٠٣٢٧ متر

= ٠,٣٢٧ سم

٢ - أنبوبة زجاجية منتظمة بها ماء وتتدلى رأسيًا وتتعرض للشد بواسطة ثقل. أوجد نسبة بواسون للزجاج إذا علم أن المتر من الأنبوبة يستطيل بمقدار ٠,٠٦ سم بينما يزداد طول متر من الماء داخلها بمقدار ٠,٠٤ سم.

الحل:

حجم الماء داخل الأنبوبة ثابت

$\therefore V = \pi r^2 . h$ حيث r نصف قطر الأنبوبة h هو ارتفاع السائل.

بمفاضلة المعادلة نحصل على:

$$2\,rh\,dr + r^2 dh = 0$$

$$\therefore \frac{dr}{r} = -\frac{1}{2}\left(\frac{dh}{h}\right)$$

∴ التغير النسبي في نصف القطر = $\frac{١}{٢} \times \frac{٠,٠٤}{١٠٠} = ٠,٠٠٢$

التغير النسبي في طول الأنبوبة $d\ell / \ell = \frac{٠,٠٦}{١٠٠} = ٠,٠٠٠٦$

نسبة بواسون = $\frac{\text{التغير النسبي في القطر}}{\text{التغير النسبي في الطول}} = \left[\frac{dr}{r} / \frac{d\ell}{\ell}\right]$

= $\frac{\text{٠,٠٠٠٢}}{\text{٠,٠٠٠٦}}$ = $\frac{\text{١}}{\text{٣}}$

٣- احسب كثافة الماء في قاع محيط على عمق ٥ كيلومترات علماً بأن معامل الانضغاط ٥× ١٠ ^-١١^.

الحل:

معامل الانضغاط = $\frac{\text{١}}{\text{معامل المرونة الحجمي}}$ $\frac{\text{التغير النسبي في الحجم}}{\text{الزيادة في الضغط}}$

الزيادة في الضغط على عمق ٥ كم = ٥× ١٠٠٠× ١٠٠× ٩٨٠ دين/ سم^٢^

التغير النسبي في الحجم $\frac{dv}{v}$ = $\frac{\text{الزيادة في الضغط}}{\text{معامل المرونة الحجمي}}$

= ٥× ١٠ ^٥^ ×٩٨٠ ×٥×١٠^-١١^

= ٠,٢٤٥

أي إن كل ١ سم^٣^ على هذا العمق ينقص حجمه بمقدار ٠,٢٤٥ سم^٣^ عن نظيره على السطح.

∴ تصبح الكثافة= $\frac{\text{١}}{\text{١-٠,٠٢٤٥}}$ = ١,٠٢٥ جم/ سم^٣^

٤- ثُبِّتْ قضيب من الصلب من طرفيه عندما كانت درجة حرارته ٢٠٠°، احسب الطاقة المخزونة في وحدة الحجوم عندما يبرد القضيب لدرجة الصفر المئوي (معامل يونج للصلب= ٢× ١٠ ^١٢^ داين/ سم^٢^، معامل التمدد الطولي α = ١,١ × ١٠ ^-٥^).

الحل:

الطاقة المخزونة في وحدة الحجوم = الإجهاد × الانفعال

الإجهاد = $Y \frac{d\ell}{\ell}$

من قانون التمدد = معامل التمدد × زيادة درجات الحرارة.

أي إن الانفعال = ١,١ × ١٠^-^ × ٢٠٠

الإجهاد = ٢ × ١٠ ^١٢^ × ١,١ × ١٠ ^-٥^ × ٢٠٠

الطاقة = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ١٠ ^١٢^ × ١,١ × ١٠ ^-٥^ × ٢٠٠ × ١,١ × ١٠ ^-٥^ × ٢٠٠

= ٤٨٤ × ١٠ ^٥^ إرج = ٠,٤٨٤ جول

٥- أوجد عزم الازدواج اللازم إلى قضيب نصف قطره r وطوله ℓ ومعامل صلابته N بزاوية معينة. ماذا يكون الازدواج في حالة أسطوانة مجوفة نصف قطريها r_1, r_2

احسب الشغل المبذول في لَي سلك طوله ١٠٠سم ونصف قطره ٢ مم خلال زاوية نصف قطريه (N= ٨ × ١٠ ^١١^ داين/ سم^٢^).

٦- وضعت كتلة قدرها ٥ كيلوجرام على أسطوانة رأسية طولها ٥٠سم ونصف قطرها ١سم ومعامل يونج لمادتها ٣,٥ × ١٠ ^١١^ داين/ سم^٢^. أوجد النقص في طول الأسطوانة كذلك كمية الطاقة المختزنة بداخلها.

(الجواب ٠,٠٠٠٢٢ سم، ٤٥٦ إرج)

٧- عُلقت كتلة صغيرة في طرف سلك رأسي من النحاس نصف قطره ١مم. احسب الثقل الإضافي الذي يجب تعليقه ليمنع انكماش السلك عندما تنخفض درجة حرارته من ٢٠°م إلى الصفر المئوي.

(Y للنحاس= ١,١ × ١٠ ^١٢^ وحدات سم. جم. ثانية. معامل التمدد الطولي للنحاس= ٠,٠٠٠١٨ لكل درجة).

(الجواب ١٧,٧ كيلو جرام).

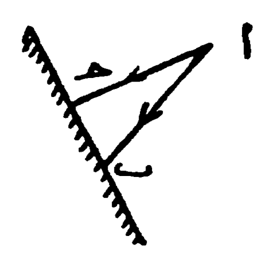
***

الباب السادس

خواص السوائل الساكنة

٦–١ ضغط السائل : Pressure

يؤثر ضغط السائل المتزن دائماً عمودياً على السطح؛ لأنه إذا لم يكن كذلك نفرض أنه يعمل في الاتجاه ا ب المائل على السطح. يمكن تحليل هذه القـوة إلى مـركبتين في اتجـاهين



(شكل ٦–١)

إحداهما عمودية على اتجاه السطح وتتزن مع رد الفعل العمودي أما الأخرى التي في اتجاه السطح فإنها تعمل على تحريك السائل في هذا الاتجاه وهذا خلاف الفرض من أن السائل في حالة توازن.

∴ ضغط السائل المتزن لا بد أن يكون عموديًا على السطح.

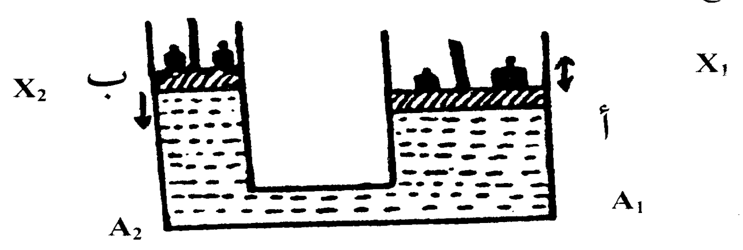
مقدار ضغط أي سائل على سطح ما يعرف بأنه القوة العمودية الواقعـة عـلى وحـدة المساحات وتساوي وزن عمود من السائل ارتفاعه السائل من السطح حتى هـذه النقطـة ومساحة مقطعه تساوي الوحدة.

أي إن $P = h.p.g$

حيث h ارتفاع السائل p هي كثافة السائل. g عجلة الجاذبية.

٦– ٢ قاعدة باسكال:

إذا وقع أي جزء من سائل متزن في حيز محدود تحت تأثير ضغط ينتقل غير منقـوص إلى جميع أجزاء السائل.



شكل (٦-٢)

ولإثبات هذه القادة اعتبر أسطوانتين أ، ب (شكل ٦-٢) يتصلان مـن أسـفل وبهـما بعض من سائل. يقفل كل أسـطوانة بمكـبس حـر الحركـة. نفـرض أن مـساحة المقطـع للأسطوانتين أ ب هما A_1, A_2 على الترتيب. إذا أثرنا بقوة P_1 على المكبس أ بحيث يتحرك مسافة x_1 إلى أسفل فإنه يؤثر بضغط قدره $\frac{F_1}{A_1}$ على السائل في الأسـطوانة أ. ينتقـل هـذا الضغط داخل السائل ويدفع المكبس ب في الأسـطوانة الثانيـة. نفـرض أن المـسافة التـي يتحركها المكبس ب هي x_2.

الشغل الخارجي المبذول على المكبس أ = $F_1\ x_1$

$$\frac{F_1}{A_1}.V = \frac{F_1}{A_1}(x_1 A_1)$$

حيث $V= A_1\ x_1$ هو حجم السائل الذي إزاحة المكبس أ.

إذا فرضنا أن السائل يؤثر بقوة F_2 على المكبس ب يكون الشغل المبذول من الـسائل على المكبس ب = $\frac{F_2}{A_2}.V = \frac{F_2}{A_2}.x_2 A_2 = F_2 A_2$

يلاحظ أن $V= A_2\ x_2$ الحجم الذي تحركه المكبس ب وهو نفس الحجم من الـسائل الذي زاحه المكبس أ باعتبار أن السائل غير قابل للانضغاط.

وبتطبيق قانون بقاء الطاقة على المجموعة يكون الشغل المبذول على المكبس أ مساوياً للشغل الذي يبذله السائل على المكبس ب.

∴ $\frac{F_1}{x_1} = \frac{F_2}{x_2}$ لكن من التعريف، الضغط عند ا= $P_1 = \frac{F_1}{x_1}$

والضغط عند ب = $P_2 = \frac{F_2}{x_2}$

أي إن $P_1 = P_2$

∴ ضغط السائل في جميع أجزائه واحداً.

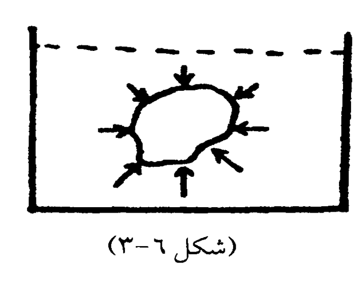
٦-٣ دفع السوائل للأجسام المغمورة فيها وقاعدة أرشميدس:

إذا غمر جسم في سائل فإنه يقع تحت تأثير دفع من أسفل إلى أعلى بسبب السائل. وهذا الدفع يسبب نقص وزن الجسم ظاهرياً. ويؤثر هذا الدفع على الجسم سواء كان مغموراً كليًّا أو مغموراً جزئيًّا. وقد وجد أن هذا الدفع مساويًا لوزن السائل الذي يزيحه الجزء المغمور من الجسم.

أي إن الدفع = وزن السائل المزاح= حجم الجزء المغمور من الجسم × كثافة السائل. وتعرف هذه بقاعدة أرشميس.

«إذا كان السائل ماء (كثافة=١) وكان الجسم مغموراً تماماً فإن دفع السائل يساوي وزن الماء الذي أزاحة الجسم ويساوى عدديًّا حجم الجسم».

لإثبات قاعدة أرشميدس نعتبر جزءاً داخلياً في السائل المتزن. يؤثر على هذا الجزء قوى أو ضغوط في جميع الجهات من السائل الخارجي. كما في شكل (٦-٣).



(شكل ٦-٣)

بتحليل هذه القوى في الاتجاهين الأفقي والرأسي نجد أن محصلة المركبات الأفقية تتلاشى؛ إذ إن السائل ساكن ولا توجد فيه حركة أفقية. أما محصلة المركبات الرأسية فلها قيمة محددة وتعمل إلى أعلى لكي تتعادل في تأثيرها مع الوزن إلى أسفل لهذا الجزء المعلق من السائل. إذ لو لم تكن هاتين القوتين متعادلتين لتحرك ذلك الجزء إلى أعلى أو إلى أسفل وهذا خلاف الواقع. فإذا أزحنا هذا الجزء من السائل ووضعنا بدله جسماً له نفس الشكل فسوف يعاني دفعاً من السائل إلى أعلى يساوي وزن السائل المزاح الذي له نفس حجم الجسم.

استعمالات قاعدة أرشميدس: تستعمل هذه القاعدة في تعيين الأوزان النوعية للأجسام والسوائل. ويعرف الوزن النوعي لجسم بأنه النسبة بين وزن الجسم في الهواء ووزن حجم من الماء يساوي حجم الجسم. وواضح أن هذه النسبة لا تميز، وإن كانت تساوى عدديًا كثافة الجسم لأن وزن الحجم مساو لحجم الجسم من الماء هو نفسه حجم الجسم باعتبار أن كثافة الماء هي الوحدة.

١ - الوزن النوعي لجسم صلب أكثف من الماء.

نزن الجسم في الهواء (ω)، ثم نزنه وهو مغمور في الماء (ω_2) يكون دفع الماء للجسم مساوياً $(\omega_1-\omega_2)$ ويساوي عددياً حجمه ويكون الوزن النوعي للجسم هو

$$\rho = \frac{\text{وزن الجسم في الهواء}}{\text{وزن حجم مساو للجسم}} = \frac{\omega_1}{\omega_1 - \omega_2}$$

٢ - الوزن النوعي لجسم أقل كثافة من السائل: نستعمل غامر مع الجسم.

نوجد أولاً وزن الجسم في الهواء وليكن ω_1

ثم نوجد وزن الجسم في الهواء والغامر في الماء (ω_2) وأخيراً وزن الجسم والغامر وكليهما مغموراً في الماء (ω_3).

دفع السائل للجسم = $\omega_3 - \omega_2$

$$\rho = \frac{\omega_1}{\omega_2 - \omega_3}$$

٣- الوزن النوعي لسائل.

نستعمل جسم صلب لا يذوب في الماء أو السائل. نزنه في الهواء (ω_1) ونزنه في السائل (ω_2).

يكون دفع السائل له (ω_1 -ω_2) ثم نزن الجسم في الماء ويكون دفع الماء (ω_1 -ω_3) وهذا يساوى عدديًا حجم الجسم.

$$\text{الكثافة النوعية السائل} = \frac{\text{وزن حجم معين من السائل}}{\text{وزن نفس الحجم من الماء}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 - \omega_3}$$

٦-٤ الهيدرومترات: Hydrometers

الهيدرومتر هو جهاز لقياس الأوزان النوعية للسوائل. وأكثر استعمالاته شيوعاً في قياس الوزن النوعي للألبان وأحماض البطاريات. يتركب النوع البسيط منه من عمود من الخشب منتظم المقطع مثبت بأسفله قطعة رصاص. وإذا وضع في سائل فإنه يطفو رأسياً. ويتوقف طول العمود، x. المغمور تحت سطح السائل على كثافة السائل.

دفع السائل الهيدرومتر= وزن السائل المزاح= $A.X.\rho$

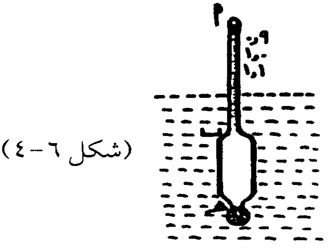
حيث A مساحة المقطع P كثافة السائل.

بما أن الهيدرومتر يطفو على السائل

∴ وزن الهيدرومتر= دفع السائل له.

$\omega = A. x, P$

وبما أن كلاً من وزن الهيدرومتر ومساحة مقطعة مقدار ثابت فإن كثافة السائل تتناسب عكسياً مع طول الجزء المغمور من الهيدرومتر، ويمكن تدريج الجزء الظاهر فوق السائل ليعطي الأوزان النوعية مباشرة كما هو الحال في الهيدرومتر المعتاد المبين بشكل (٦-٤).



(شكل ٦-٤)

ويتركب من ساق رفيعة ا ب منتظمة المقطع تتصل بانتفاخ جـ ينتهي بمكان يوضع به بعض كرات الرصاص، وذلك لكي يأخذ الهيدرومتر الوضع الرأسي والساق إلى أعلى عند وضعه بالسائل.

نفرض أن Y هو الجزء غير المغمور من الساق داخل السائل. حجم هذا الجزء= y.A حيث A هي مساحة المقطع.

الحجم المغمور من الهيدرومتر = V- y.A

= حجم السائل المزاح.

حيث V هو الحجم الكلي الهيدرومتر.

∴ وزن الهيدرومتر ω= (V-y.A) ρ

$$\therefore (V - y.A) = \frac{\omega}{\rho}$$

$$P = \frac{V}{A} - \frac{\omega}{A} \cdot \frac{1}{\rho}$$

ولكن بما أن $\frac{\omega}{A}$، $\frac{V}{A}$ مقادير ثابتة للهيدرومتر الواحد فإن الجزء غير المغمور من الساق، y، يتناسب طردياً مع مقلوب الكثافة ويعاير الهيدرومتر عادةً بوضعه في سوائل كثافتها معلومة ثم يدرج الساق حسب العلاقة السابقة.

اتزان الأجسام الطافية:

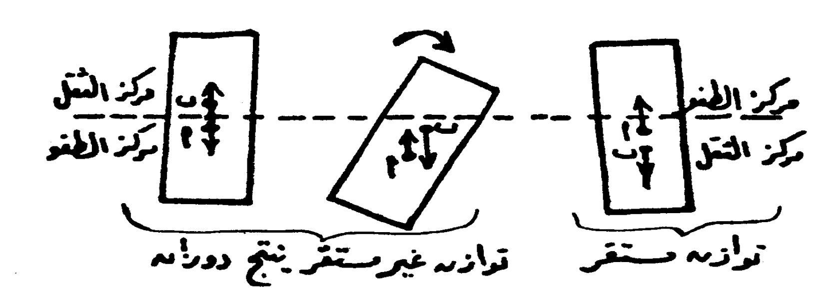
عندما يطفو أي حجم فوق سائل يكون متزناً تحت تأثيره بقوتين هما:

أولاً: ثقله إلى أسفل وتعمل هذه القوة في نقطة تسمى بمركز ثقل الجسم.

ثانياً: دفع السائل إلى أعلى وتؤثر قوة الدفع في نقطة تسمى بمركز الطفو وهو في الواقع مركز ثقل السائل المزاح.

ويكون الجسم في حالة اتزان مستقر إذا كان مركز الطفو أعلى وضعاً من مركز ثقل الجسم. أما إذا حدث العكس فإن الاتزان يكون غير مستقر. وذلك بسبب تكون ازدواج من قوتي الثقل والدفع مما يؤدي إلى دوران الجسم ويجعل سافله عاليه (كما مبين بالشكل ٦-٥).

ويجب مراعاة ذلك دائماً عند بناء السفن وتحميلها بحيث يكون مركز الطفو دائماً أعلى من مركز ثقل السفينة.



(شكل ٦-٥)

تمرين:

هيدرومتر يتكون من انتفاخ حجمه ٥سم^{3} تعلوه ساق أسطوانة قطرها ٥مم يطفو في الماء ومغمور منه أعلى الانتفاخ مسافة قدرها ٢مم. ما هو الطول الذي ينغمر من ساقه إذا وضع في سائل وزنه النوعي ٠,٩٥

الحل:

أولاً: في حالة الماء يكون حجم الجزء المغمور= حجم الانتفاخ. $V + \pi r^2.\ell$ حيث ℓ طول الجزء المغمور في الماء، r نصف قطر الساق.

وزن الماء المزاح = كثافة الماء × الحجم المغمور.

ثانياً: في حالة السائل يكون وزن السائل المزاح= ٠,٩٥ × $(V + \pi r^2.\ell^1)$ حيث $\ell^`$ هو طول الجزء المغمور في السائل.

حسب قانون الطفو فإن وزن السائل المزاح = وزن الجسم الطافي.

∴ وزن الماء المزاح في الحالة الأولى = وزن السائل المزاح في الحالة الثانية.

$$\therefore\ (V + \pi r^2 \ell) = 0.95\ (V + \pi r^2 \ell^1)$$

∴ ٥+٣,١٤×(٠,٢٥)^٢ × ٢ = ٠,٩٥ ، ^+٣,١٤ × (٠,٢٥)^٢ ℓ').

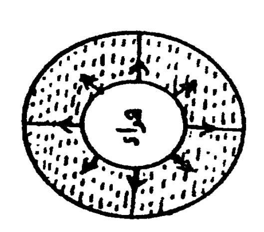
$\therefore \ell' = 3.45\ cm$

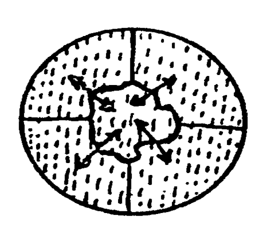
٦ — ٥ التوتر السطحي (urface tension) :

تنشأ ظاهرة التوتر السطحي عن قوى التماسك وقوى الالتصاق بين الجزيئات عند سطوح السوائل وهي خاصية سطحية لا وجود لها في داخل السائل. إذا اعتبرنا جزيئاً موجودًا في باطن السائل فإنه يكون واقعاً تحت تأثير قوى الجزيئات المحيطة به من جميع الجهات؛ ولذلك فإن محصلة هذه القوى تساوي صفراً. أما الجزيء الموجود على السطح فإنه يقع تحت تأثير قوى جذب الجزيئات التي تحته فقط وتكون محصلة هذه القوى إلى أسفل. تعمل هذه المحصلة على تحريك الجزيئات عند السطح إلى داخل السائل وهذا يسبب ميل سطح السائل دائماً إلى الانكماش، ويؤدي ذلك إلى تكور قطرات السوائل فوق ورق مشمع وتبدو كما لو كانت موضوعة داخل غشاء مشدود رقيق من المطاط.

إذا اعتبرنا أي خط على سطح السائل فإنه يقع تحت تأثير قوتين متساويتين مقداراً ومتضادتين اتجاهاً. ويعرف التوتر السطحي بالقوة المؤثرة على وحدة الأطوال من أي خط من خطوط سطح السائل. ووحدات التوتر السطحي هي نيوتن/ متر أي MT^{-2} .

ولتوضيح قوى التوتر السطحي عملياً نحضر سلكاً معدنياً على شكل حلقة ونثبت بداخله خية ب من خليط خفيف كما في الشكل (٦-٦) عندما نغمر السلك في محلول صابون ونرفعه يتكون غشاء رقيق من الصابون داخل الحلقة وتأخذ خية الخيط أي شكل.





(شكل ٦-٦)

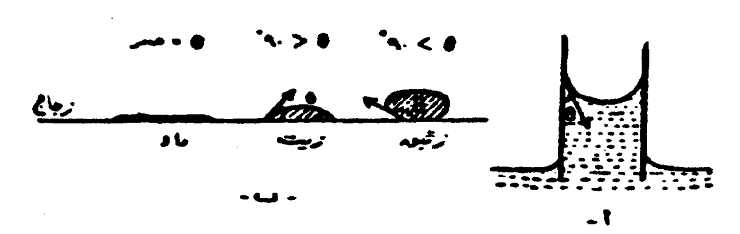
إذا قطعنا الغشاء داخل الخية فقط نجد أنها تأخذ في الحال الشكل الدائري المبين

بالرسم. وذلك لأن قوى التوتر السطحي تـؤثر عمودياً عـلى جميـع أجـزاء خيـة الخـيط فتجعلها لذلك دائرية الشكل.

الخاصية الشعرية وزاوية التلامس: Capillarity

إذا غمرنا طرف أنبوبة رأسياً في سائل نلاحظ ارتفاع السائل داخل الأنبوبـة. تـسمى هذه الظاهرة بالخاصية الشعرية ومرجعها وجود توتر سطحي للسائل. وكلما ضاق مقطع الأنبوبة الشعرية كلما ازداد ارتفاع السائل بها ويشذ الزئبق عن جميع السوائل في هذا الشأن إذا يلاحظ انخفاض سطح الزئبق داخل الأنابيب الشعرية بالنسبة لسطحه خارجها.

إذا لاحظنا أي سائل داخل أنبوبة شعرية نجد أن السائل يرتفع قرب جدار الأنبوبـة



(شكل ٦-٧)

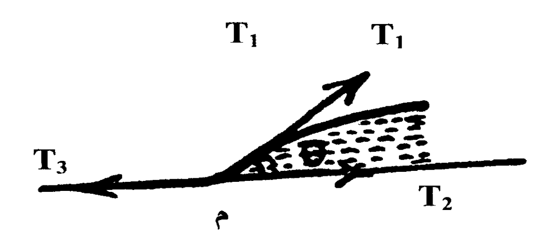
عنه في المنتصف كما في الشكل (٦-١٧)، حيث يصنع المماس لـسطح الـسائل عنـد نقطـة تلامسه مع جدار الأنبوبة زاوية θ داخل الـسائل وتـسمى بزاويـة الـتلامس (angle of contact). تؤثر قوة التوتر السطحي في اتجاه هذا المماس. وتتوقف زاوية التلامس على كل من طبيعة السائل والمادة التي يلامسها. ففي حالة الماء والزجـاج تكـون زاويـة الـتلامس صفر؛ لذلك نجد أن الماء يبلل الزجاج تماماً أي إنه ينتشر فوقـه. أمـا إذا لم يكـن الزجـاج نظيفاً كأننا دهناه بمادة شمعية أو ماشابه ذلك نجد أن الماء يتكور على السطح؛ لأن زاويـة التلامس لن تكون صفرية في هذه الحالة، انظر (٦-٧ب). وتكون زاويـة الـتلامس دائـماً حادة ماعدا في حالة الزئبق وهو السائل الوحيد الذي زاوية تلامسه مع الزجاج منفرجـة وتساوى ١٣٧ °. وسبب ذلك أن قوة التماسك بين جزيئات الزئبق أكبر من قوة التلاصـق بين هذه الجزيئات وسطح الزجاج بينما يحدث العكس في حالة الماء والزجاج. اعتبر قطره

من سائل متزن فوق سطح مستو نفرض أن زاوية التلامس θ. وأن T_3, T_2, T_1 هـي قـيم التوتر السطحي بين السائل والهواء وبين السائل والسطح الصلب وبين السطح الـصلب والهواء على الترتيب.

لدراسة الاتزان اعتبر قوى التوتر السطحي عند نقطة مثل م (شكل ٦-٨) بالتحليل في الاتجاه الأفقي نحصل على:

$$T_1 \cos \theta + T_2 = T_3$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{T_3 - T_2}{T_1}$$

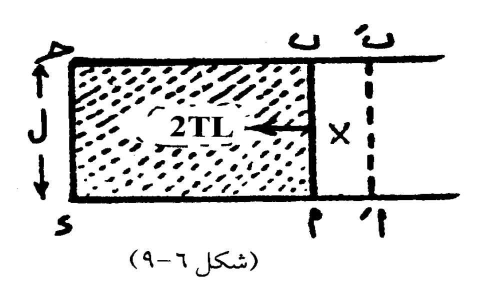


(شكل ٦-٨)

فإذا كانت T_3 أكبر من T_2 فـإن cos θ يكـون موجبـاً أي إن θ تكـون أقـل مـن ٩٠° ويمكن للسائل أن يبلل السطح. أما إذا كان T_3 أقل من T_2 فإن الزاوية تكون منفرجة كما هي الحال في الزئبق ولذلك يتكور على سطح الزجاج دون أن يبلله.

٦ – ٦ العلاقة بين التوتر السطحي والطاقة السطحية:

اعتبر غشاء من سائل داخـل الإطـار ا ب جـ، كـما في شـكل (٦-٩)، ونفـرض أن الضلع ا ب من الإطار يمكن له أن يتحرك. إذا كان ت هو التوتر السطحي للـسائل فـإن القوة المؤثرة على الضلع ا ب للداخل تساوي $2T\ell$ حيث ℓ هو طول ا ب والعدد ٢، نسبة لوجود سطحين للغشاء على كل سطح توجد قوة $T.\ell$



(شكل ٦-٩)

نفرض أننا جذبنا الضلع ا ب للخارج مسافة x ضد تأثير قوة التوتر السطحي للسائل فإن الشغل المبذول = $T.2\ell x$

لكن $2\ell x$= هي الزيادة الكلية في مساحة الغشاء.

∴ الشغل المبذول = التوتر السطحي × الزيادة في مساحة الغشاء.

أي إن التوتر السطحي يساوي الشغل المبذول لكل زيادة في مساحة الغشاء قدرها الواحدة. ويعد هذا تعريف آخر للتوتر السطحي.

تمرين:

(١) أوجد مقدار الشغل ضد قوى التوتر السطحي لتكوين فقاعة صابون قطرها ١ سم إذا علم أن التوتر السطحي لمحلول الصابون ٢٥ داين/ سم.

الحل:

(١) مساحة السطح الابتدائي لفقاعة الصابون = صفر.

مساحة السطح النهائي بعد تكوينها = ٢× ٤ πr^2

= ٢ × ٤ ط × (٠,٥)^2 = ٢ ط سم^2

الشغل المبذول = ت × الزيادة في المساحة

= ٢٥× ٢ ط = ١٥٧ أرج

(ب) حجم قطرة الماء = $\frac{4}{3}\pi r^3$

عدد القطرات بعد التجزئة = الحجم الابتدائي للقطرة/ حجم القطرة بعد التجزئة.

$$= \frac{\frac{٤}{٣} ط \times (٠,٥)^{٣}}{\frac{٤}{٣} ط \times (٠,١)^{٢}} = ١٢٥ \text{ قطرة}$$

المساحة النهائية للقطرات = ١٢٥ × ٤ ط

$= ١٢٥ \times ٤ ط \times (٠,١)^{٢} = ٥ ط سم^{٢}$

الزيادة في المساحة كنتيجة للتجزئة

$= ٥ ط - ٤ ط (٠,٥)^{٢} = ٤ ط سم^{٢}$

∴ الشغل المبذول = المساحة الزائدة × التوتر السطحي

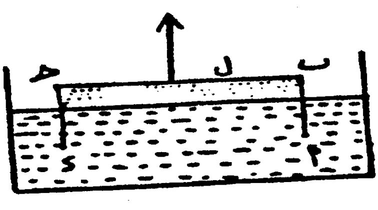
$= ٤ ط \times ٧٠$

= ٨٧٩ أرج

٦ – ٧ طرق قياس التوتر السطحي (ت):

١– طريقة الميزان:

احضر سلكاً ا ب جـ د كما في الشكل (٦–١٠) واغمره في السائل المراد تعيين توتره السطحي عندما تجذب السلك إلى أعلى خارج السائل يتكون غشاء من السائل داخل السلك، تكون قوة التوتر السطحي المؤثرة على السلك "$2T\ell$" حيث يوجد سطحان للغشاء إذا علق السلك في كفة ميزان حساس يمكننا معرفة مقدار قوة التوتر السطحي بمعرفة الزيادة في وزن الميزان بعد تكوين الغشاء في السلك إذا كانت الزيادة في الوزن mg.



شكل (٦–١٠)

$$Mg = 2\,T\ell$$

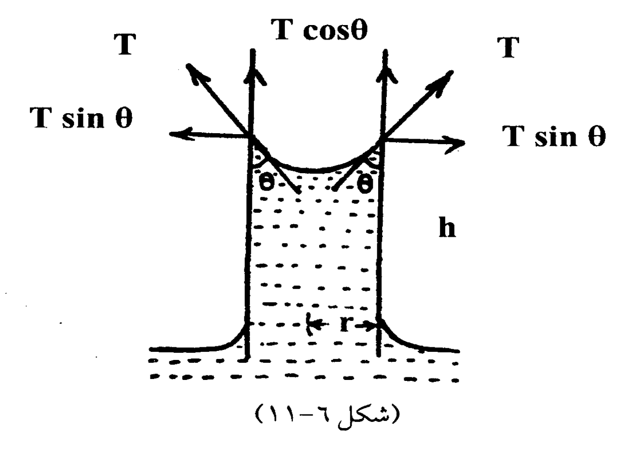
$T = \frac{mg}{2\ell}$ نيوتن/ متر

٢ – طريقة الأنبوبة الشعرية:

نظرية التجربة:

عند غمر طرف أنبوبة شعرية رأسيًا في سائل نجد أن السائل يرتفع فيها بمقدار محدود. وهذا الارتفاع يختلف من سائل لآخر ويعتمد أيضاً على نصف قطر الأنبوبة الشعرية.

نفرض أن h هو ارتفاع السائل بالأنبوبة وأن r هو نصف قطرها. على كل وحدة أطوال من خط التلامس بين السائل وجدار الأنبوبة عند السطح الحر تؤثر قوة التوتر



(شكل ٦-١١)

السطحي،T، على لسان في اتجاه المماس للسطح إلى أعلى، هذه القوة لها مركبتان إحداهما T cos θ في اتجاه الأنبوبة، والأخرى T sin θ في اتجاه عمودي على الأنبوبة (θ هي زاوية التلامس). جميع المركبات T sin θ تتلاشى مع بعضها لتضادها في الاتجاه وتساويها في المقدار.

ويكون مجموع مركبات القوى Tcosθ على طول المحيط كله إلى أعلى $2\pi\, r\, T\cos\theta$. وتتزن هذه القوة مع وزن عمود السائل الذي يرتفع داخل الأنبوبة.

فإذا كانت ρ كثافة السائل. G عجلة الجاذبية الأرضية فإن:

$$2 \pi r T \cos \theta = \pi r^2 h\rho g$$

$$\therefore T = \frac{rh\rho g}{2Cos\ \theta}$$

وتعطي هذه المعادلة قيمة التوتر السطحي للسائل « في حالة الماء θ = صفر، Cos θ = ١ وكذلك ρ = ١ »

$$\therefore T = \frac{rhg}{2}$$ نيوتن/ متر

ولإجراء تجربة لقياس التوتر السطحي للماء بواسطة الخاصة الشعرية تبلل الأنبوبة جيداً من الداخل ثم تثبت في وضع رأسي ويقاس ارتفاع الماء h بداخلها. وكذلك نصف قطر الأنبوبة r بإدخال شريط من الزئبق داخلها فإذا كان طول الشريط ℓ وكتلته m فإن:

$$m = \pi r^2 \ell \cdot \rho$$

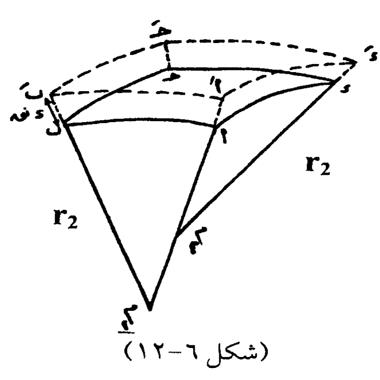
حيث ρ كثافة الزئبق = ١٣,٣٦ جم/ سم٣

ومن المعادلة السابقة يكون $r = \sqrt{\frac{m}{\pi \ell \rho}}$

وباستخدا المعادلة (٦-٢) نحصل على قيمة التوتر السطحي للماء.

اختلاف الضغط على السطوح المنحنية للسوائل والأغشية:

يتقعر السطح الحر لسائل إذا كان الضغط فوقه أكبر منه في الداخل. ولإيجاد العلاقة بين الزيادة في الضغط وانحناء السطح نعتبر جزء صغير ا ب جـ د من السطح ونفرض في الحالة العامة أن نصف قطر انحناء كل ا ب ، جـ د هو r_1 بينما انحناء كل من ب جـ، ا د هو r^2، شكل (٦-١٢).



(شكل ٦-١٢)

نفرض أن هذا الجزء من السطح قد تمدد نتيجة لزيادة في الضغط ص وأخذ الوضع ٦ بَ جـَ دَ، ونفرض أن المسافة العمودية التي أزيح بها dr باعتبار المجموعة معزولة وبتطبيق قانون بقاء الطاقة يجب أن يتساوى الشغل الخارجي المبذول في عمل الإزاحة مع الزيادة في الطاقة السطحية.

الشغل المبذول = القوة × الإزاحة

= P × ا ب جـ د × dr

الزيادة في مساحة السطح نتيجة التمدد

= اَ بَ جـَ دَ − ا ب جـ د

من هندسة الشكل:

$$\frac{\text{ا بَ}}{r_1 + dr} = \frac{\text{ا بَ}}{r_1} \quad \& \quad \frac{\text{ب جَ}}{r_2 + dr} = \frac{\text{ب جـ}}{r_2}$$

∴ ا ب جـ د $\left(1 + \frac{dr}{r_1} + \frac{dr}{r_2}\right)$ = اَ بَ جـَ دَ

وأهملنا هنا (dr^3) لأنها كمية صغيرة من الدرجة الثانية.

∴ الزيادة في المساحة = اَ بَ جـَ دَ − ا ب جـ د

= $\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ ا ب جـ د

ومن تعريف التوتر السطحي بأنه الطاقة الكامنة في وحدة المساحات

∴ الزيادة في الطاقة السطحية= $T\,dr\left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right)$

وهذه الزيادة في الطاقة تساوي الشغل المبذول أي إن

ρ× ا ب جـ د × dr = $T \;\; dr \;\; \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ ا ب جـ د

$$\therefore P = P\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

ويسري هذا القانون بالنسبة لسطح واحد فقط وزاوية تلامس صفرًا أما إذا كانت زاوية التلامس هي θ فإن المعادلة العامة تصبح:

$$\therefore P = T\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\cos\theta$$

ونعتبر الآن الحالات الخاصة الآتية:

أولاً: إذا كان السطح كرويًّا (مثل حالة فقاعة تكونت داخل منه) فإن:

$$r_1 = r_2 = r$$

$$P = \frac{2T}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6\text{-}5)$$

ويلاحظ أن هذا القانون يسري بالنسبة لسطح واحد فقط.

ثانياً: إذا اعتبرنا حالة فقاعة صابون لها سطحان، واحد داخلي والآخر خارجي، عندئذ يصبح القانون:

$$P = \frac{4T}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6\text{-}7)$$

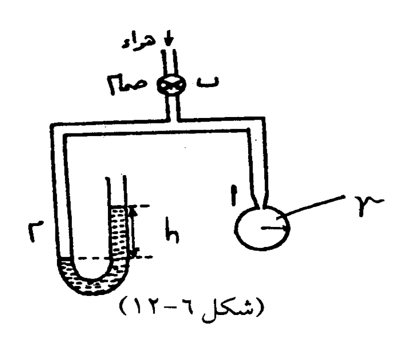
٣ – تعيين التوتر السطحي بطريقة فقاعة الصابون:

لتعيين قيمة التوتر السطحي لسائل بطريقة فقاعة الصابون يستخدم الجهاز المبين بشكل (٦-١٣) ويتركب من أنبوبة ا تنتهي بفوهة ضيقة. وتتصل هذه الأنبوبة بمانومتر م وبأنبوبة ب يقفلها صمام. توضع قطرة من السائل تحت الاختبار عند الفوهة ا فتقفلها. ثم يدخل بعض الهواء خلال الصمام في الأنبوبة ب حتى تتكون فقاعة عند الفوهة ثم يقفل الصمام ويقاس قطر الفقاعة وليكن 2r ويقاس كذلك الزيادة في الضغط داخلها بوسطة المانومتر م وذلك بمعرفة الفرق h بين مستوى السائل في فرعي المانومتر.

الزيادة في الضغط داخل الفقاعة $P = h\,\rho\,g$

حيث ρ هي كثافة السائل في المانومتر، g عجلة الجاذبية الأرضية.

من ذلك نوجد التوتر السطحي ت من المعادلة.



(شكل ٦-١٢)

$$T = \frac{Pr}{4} = \frac{rh\rho g}{4}$$

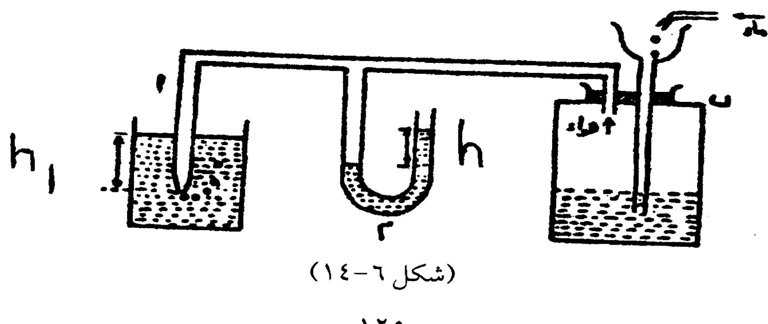
إذا كان سائل المانومتر ماء تكون ρ= ١ وتصبح المعادلة

$$T = \frac{rhg}{4}$$

٦ — ٨ تغير التوتر السطحي بدرجة الحرارة:

تمكن ييجر JAEGER من قياس تغير التوتر السطحي للسوائل بدرجة الحرارة باستخدام الجهاز المبين شكل (٦-١٤).

ويتركب الجهاز من أنبوبة ا ضيقة القوة تتصل بها نومتر م وإناءب يمكن إدخال تيار بطيء من الماء بداخله. يخرج هواء الإناء ب إلى الأنبوبة ا فينطلق على شكل فقاقيع في السائل جـ المغمورة فيه فوهة الأنبوبة ا على عمق h_1 من السطح. يسجل المانومتر م تغير الضغط داخل الأنابيب.



(شكل ٦-١٤)

عند بدء تكوُّن الفقاعة يكون الضغط صغيراً ويزداد تدريجياً إلى حد أقصى تصبح عنده الفقاعة غير مستقرة فتترك فوهة الأنبوبة ا لتبدأ فقاعة أخرى في التكوين، وهكذا. يقاس أقصى زيادة في الضغط داخل الفقاعة بواسطة المانومتر.

إذا كان h هو أقصى فرق بين مستويي سائل المانومتر، h_1 هو بعد الفوهة ا عن سطح السائل فإن الزيادة الفعلية في الضغط داخل الفقاعة عن الضغط الجوي هي:

$$P = h\rho g - h_1\rho_1 g$$

P_1, P هما كثافتي سائل المانومتر والسائل تحت الاختبار على الترتيب.

إذا كانت r هي نصف قطر فتحة الأنبوبة ا (وتساوي في نفس الوقت نصف قطر الفقاعة) فإن:

$$P = \frac{2T}{r}$$

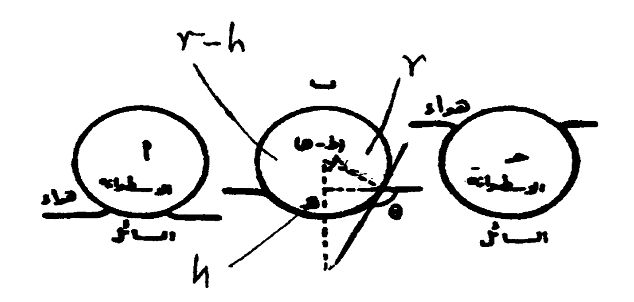
$$T = \frac{rg}{2}(h\rho - h_1\rho_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6\text{-}6)$$

من هذه المعادلة يمكن تعيين التوتر السطحي للسائل T. وبتغير درجة حرارة السائل وإعادة التجربة السابقة يمكننا تعيين تغير التوتر السطحي للسائل بدرجة الحرارة.

تعيين زاوية التلامس بين مادة صلبة وسائل:

احضر أسطوانة ملساء نصف قطرها r وضعها أفقيًّا بحيث تنغمر جزئيًّا في السائل تحت الاختبار. ينحنى سطح السائل عند خط تلامسه مع الأسطوانة بسبب التوتر السطحي. يتوقف نوع الانحناء (مقعر أو محدب على عمق الجزء المنغمر من الأسطوانة، انظر شكل ٦-١٥ ا، جـ) يوجد وضع واحد (ب) للأسطوانة يكون فيه سطح السائل أفقيًّا تماماً ولا يتأثر بتلامسه مع الأسطوانة. بمعرفة عمق الجزء المنغمر من الأسطوانة (هـ) بواسطة ميكروسكوب وكذلك نصف قطرها (r) نحصل مباشرة على زاوية التلامس θ.

كما هو ملاحظ في شكل (٦ – ١٥).



(شكل ٦-١٥)

$$\cos(\pi-\theta)=\frac{r-h}{r}=-\cos\theta$$

$$\therefore \theta=\cos^{-1}\ \frac{r-h}{r}$$

تمارين:

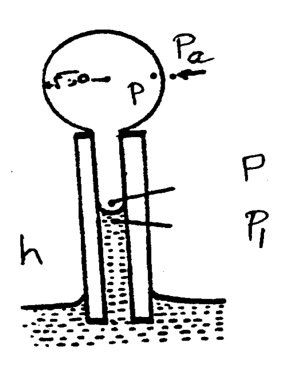
١ - غمر طرف أنبوبة شعرية قطرها ٢مم رأسيًا في محلول صابون وتكونت على الطرف الآخر فقاعة صابون قطرها ٢سم. أوجد ارتفاع محلول الصابون في الأنبوبة علماً بأن التوتر السطحي لمحلول الصابون ٢٥. «اعتبر كثافة السائل= ١ وزاوية التلامس= صفر بوحدات سم. جم. ثانية»؟

الحل:

نفرض أن الضغط فوق السطح المقعر للسائل في الأنبوبة الشعرية هو P وأن الضغط تحت السطح مباشرة P_1، r_1 نصف قطر الأنبوبة.

$$(P-P_1)=\frac{2T}{r^1}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

إذا كان الضغط الجوي P_a وكثافة السائل p وارتفاعه h فإن



(شكل ٦-١٦)

$$P_a - P_1 = \pi r^2 h\rho g \ldots\ldots(2)$$

باعتبار الضغط داخل وخارج الفقاعة

$P - P_a = \frac{4T}{r_2}$ حيث r_2 هو نصف قطر الفقاعة.

من المعادلات الثلاثة ويحذف ρ، P_1، P_a نحصل على:

$\frac{2T}{r_1} = \frac{4T}{r_2} + \pi r_1^2 h\rho g$ ومنها

$$\frac{٢٥ \times ٢}{٠,١} \times \frac{٢٥ \times ٤}{١} + \pi \times (٠,١)^٢ h \times ٩٨٠$$

$\therefore$ h =١٣ سم.

٢- لوحان متوازيان من الزجاج وضعا رأسيًا بحيث يلامس طرفهما السفلين سطح سائل يبلل الزجاج وتوتره السطحي T. إذا كانت المسافة بين اللوحين d أوجد الارتفاع الذي يصل إليه السائل؟

الحل:

نفرض أن طول كل لوح هو ℓ سم

يكون طول خط التلامس بين اللوحين والسائل = 2ℓ سم.

قوة التوتر السطحي التي تؤثر على اللوحين= $2\ell T$

تتزن هذه القوة مع ثقل عمود من السائل ارتفاعه h ومساحة مقطعة ℓd

$2\ell T = \ell dh\rho g$ حيث ρ هي كثافة السائل.

∴ ارتفاع السائل = $h \dfrac{2T}{d\rho g}$

٣- وُضع ماء في أنبوبة على شكل حرف U قطر أحد فرعيها ١سم وقطر الفرع الآخر ١مم. أوجد الفرق بين مستويي سطح الماء في الفرعين علماً بأن التوتر السطحي للماء= ٧٠ داين/ سم؟

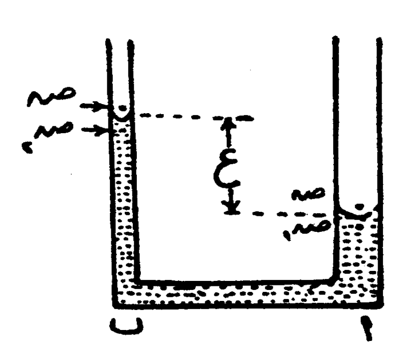
الحل:

نفرض أن ص هو الضغط الجوي وأن الضغط أسفل السطح الحر للسائل في الفرعين ا، ب هما على الترتيب ص١، ص٢.

∴الفرق في الضغط على جانبي السطح الحر للسائل، والذي يأخذ شكل نصف كرة هو:

$$P - P_1 = \frac{2T}{r_1}$$

$$P - P_2 = \frac{2T}{r_2}$$



(شكل ٦-١٧)

بالطرح

$$\therefore P_1 - P_2 = \frac{2T}{r^2} - \frac{2T}{r^1}$$

لكن $P_1 - P_2 = h\rho g$ حيث ρ كثافة السائل.

$$\therefore \frac{2T}{r_2} - \frac{2T}{r_1} = h\rho g$$

في حالة الماء $\rho = 1$, $T = 70$

$$\therefore \frac{٧٠ \times ٢}{٠,٥} - \frac{٧٠ \times ٢}{٠,٥} = ٩٨٠ \times ١ \times h$$

$$\therefore h = 2.6cm$$

٤- سبيكة من فلزين وزنها ١٧٠جم يصبح وزنها الظاهري ٩٥ جراماً إذا غمرت في سائل كثافته ١,٥ جم/ سم٣، إذا كانت الكثافة النوعية لمكونات السبيكة ٤، ٣ على الترتيب. احسب النسبة الحجمية لكل من الفلزين؟

(الجواب ٢: ٣)

٥- يرتفع الماء في أنبوبة شعرية بمقدار ٦,٢سم. أوجد إلى أي عمق ينخفض سطح الزئبق بداخلها عندما تغمر نفس الأنبوبة فيه؟

(التوتر السطحي للماء ٧٠ داين/ جسم وللزئبق ٥٤٠ داين/ سم وزاوية تلامس الزئبق والزجاج ١٤٠° وكثافة الزئبق ١٣,٦ جم/ سم^{٣}).

(الجواب ٢,٧ سم)

٦- علل لما يأتي:

(ا) كروية قطرات المطر.

(ب) إمكان تعلق إبرة معدنية على سطح الماء.

(جـ) الحركة المستمرة لقطرة من زيت الكافور على سطح الماء.

٧- فقاعتان مختلفتي الحجم تكونتا من عطر في أنبوبة بها صمام يعزل بينهما اشرح مع التفسير ماذا يحدث للفقاعتين عند فتح الصمام؟

٨- أنبوبة زجاجية مخروطية الشكل ارتفاعها ٢٠ سم قطر طرفيها ٠,٣ سم، ٠,١ سم، ثبتت رأسياً بحيث يلامس طرفها المتسع سطح ماء (توتره السطحي ٨٠ داين/ سم) احسب ارتفاع الماء في الأنبوبة باعتبار زاوية التلامس بين الماء والأنبوبة يساوي صفر؟

٩- وضع هيدرومتر أسطواني الشكل في إناء به ماء فكان سطح الماء ملامساً ساق الهيدرومتر عند التدريج ٦ سم، ولما وضع الهيدرومتر في زيت كثافته النوعية ٠,٨ كان سطح الزيت ملامساً للهيدرومتر عند التدريج ٤ سم، أوجد طول الجزء غير المغمور من الهيدرومتر عندما يوضع في سائل كثافته النوعية ٠,٩ علماً بأن طول الهيدرومتر ١٠ سم ومساحة مقطعة ٢ سم^{٢} وأنه مدرج من أعلى إلى أسفل.

١٠- أوجد الشغل اللازم بذله ضد التوتر السطحي لتكوين فقاعة من الصابون قطرها ٣سم. وما الشغل الإضافي لكي يزداد قطر الفقاعة إلى ٦ سم؟

(التوتر السطحي لمحلول الصابون= ٢٨داين/ سم)

١١- هيدرومتر يتكون من انتفاخ حجمه ٥سم^{٣} تعلوه سابق أسطوانية قطرها ٥مم يطفو في الماء ومغمور منه أعلى الانتفاخ مسافة قدرها ٢سم. ما هو العمق الذي ينغمر من ساقه وهو يطفو في سائل وزنه النوعي ٠,٩٥؟

(الجواب ٣,٤٥سم)

***

الباب السابع
السوائل في حالة الحركة

٧- ١ خاصية الانتشار: Difiusion

يقصد بالانتشار هنا انتقال ذرات أو جزيئات المادة في داخلها من مكان إلى مكان آخر. ويعود الفضل لاكتشاف الطبيعة الجزيئية للمادة إلى ظاهرة الانتشار.

لكي نثبت خاصية الانتشار في الأجسام الصلبة، أحضرنا لوحين أحدهما من الذهب النقي والآخر من الرصاص النقي وضغطناهما متلاصقين، وتركا لعدة سنين وبعد ذلك أجري تحليل كيميائي على كل لوح فوجد بالتحليل تغلغل ذرات الذهب في لوح الرصاص، وكذلك ذرات الرصاص في لوح الذهب إلى أعماق قد تصل إلى ٢مم في الداخل مما يدل على أن ذرات كل من الذهب والرصاص تحركت داخل المادة.

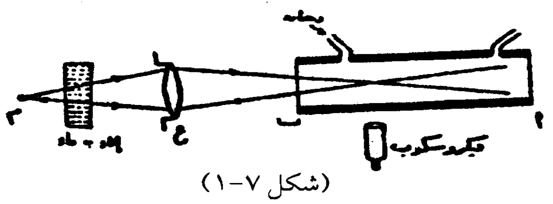
أما في حالة السوائل فقد أجريت التجربة الآتية:

وضعت كمية كبريتات النحاس الزرقاء المركزة في مخبار ثم سكب بلطف بيكرومات البوتاسيوم، (وهو سائل أصفر اللون كثافته أقل من كثافة كبريتات النحاس)، على قطعة من الفلين طافية على سطح الكبريتات وذلك لكي تمنع امتزاج السائلين عند السكب. في البداية نجد أن السطح الفاصل للسائلين واضح تمام الوضوح. وعند ترك المخبار زمناً كافياً دون أن يقر به أحد وجد أن السائلين قد اختلطا تماماً وتكوّن لون أخضر منتظم في كل المخبار.

أما في حالة الغازات فتجرى تجربة الدخان لتبين حركة جزيئات الغاز.

ويتركب الجهاز كما في شكل (٧-١) من مصدر ضوئي قوي م موضوع أمام عدسة لامة ع. يتم تجميع الضوء داخل إناء زجاجي ا ب به فتحتان جانبيتان. يمرر تيار من الدخان (من سيجارة مثلا) داخل الإناء الزجاجي وينظر إلى ذرات الدخان بواسطة ميكرسكوب فتظهر بتأثير شعاع الضوء كأنها فقط مضيئة في فضاء مظلم (كالنجوم في

الليل). وتزال الحرارة من شعاع الضوء الساقط بوضع إناء به ماء بارد في طريـق الـضوء، يسمح بمروره، ولكنه يمتص الإشعاع الحراري المتولد عن المصدر الضوئي. وذلك حتى لا تصل هذه الحرارة إلى الدخان فتسبب تيارات حمل تحرك ذراته.



(شكل ٧-١)

وقد لوحظ بالنظر في الميكروسكوب أن النقط المضيئة ترتعش كما لو كان شـيئاً غـير منظور يصطدم بها وهذا الشيء هو جزئيات الهواء. وقد اختبر الـدخان في هـذه التجربـة لأن جزيئاته صغيرة الحجم، وخفيفة الوزن بحيث يمكن أن يؤثر فيهـا تـصادم جزئيـات الهواء فتظهر نتيجة التصادم في الميكروسكوب على شكل رعشة للنقط المضيئة.

٧ – ٢ معامل الانتشار:

نفرض أن لدينا وسطاً ما يختلف بداخله درجة تركيـز جـزيء معـين. يعتـبر مركـزاً للإحداثيات داخل الوسط واتجاهاً موجباً للقياس بحيث يتزايد درجة تركيز هذا الجزيء في هذا الاتجاه.

تنتشر الجزئيات عن طريق حركتها مـن الأجـزاء ذات التركيـز المرتفـع إلى الأخـرى الأقل تركيزاً أي إن الجزيئات تتحرك في اتجاه تناقص المسافة.

اعتبر مساحة A عمودية على اتجاه الانتشار وتبعد مسافة x عن مركـز الأحـداثيات. تتوقف كتلة المادة التي تعبر هذه المساحة على العوامل الآتية:

أولاً: الاختلاف في درجة التركيز على جانبي هذه المـساحة وتعـرف درجـة التركيـز بكتلة المادة المنتشرة في وحدة الحجوم ويسمى الفرق بـين درجتـي التركيـز عنـد نقطتـين تبعـدان ١ سـم في اتجـاه الانتـشار بمعـدل الـنقص في التركيـز بالنـسبة للمـسافة (الميـل التركيزي). وإذا رمزنا للتركيز بالرمز c فإن $\frac{dc}{dx}$ الميل التركيزي.

ثانياً: مقدار المساحة التي تنتشر خلالها المادة.

ثالثاً: زمن هذا الانتشار T.

ويمكن بذلك كتابة قانون الانتشار الذي وضعه فيك Fick كما يأتي:

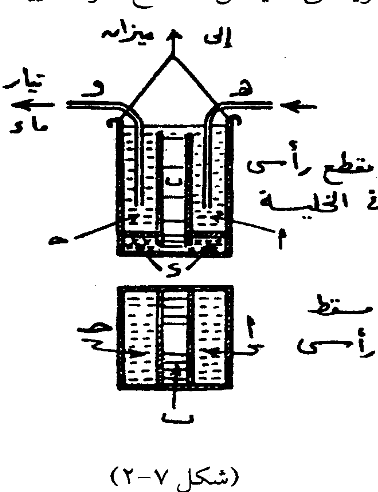
كتلة المادة التي تعبر المساحة A في زمن t هي:

$$m = -DA\frac{dc}{dx}.t$$

ويلاحظ هنا وجود إشارة سالبة وذلك؛ لأن اتجاه الانتشار يكون في عكس اتجاه تزايد تركيز المادة. ويعرف الثابت D بمعامل الانتشار. ومن الواضح أن قيمة هذا المعامل تتوقف على نوع كل من المادة المنتشرة وكذلك الوسط الذي تنتشر خلاله هذه المادة. أما إذا كان الانتشار نتيجة لاختلاف تركيز نفس المادة في الوسط ذاته سميت الظاهرة بالانتشار الذاتي.

تعيين معامل انتشار محلول ملح في الماء:

تستخدم خلية زجاجية كالمبينة بشكل (٧-٢) وتتركب من إناء على شكل متوازي مستطيلات مقسم من الداخل لثلاثة أقسام أ، ب، جـ بحيث يكون ارتفاع جدران القسم الداخلي ب في مستوى منخفض قليلا عن حافة الجدران الخارجية. ويتصل القسم ب فقط بقسم د في قاع الإناء محتوياً على كمية من الأملاح. المراد تعيين معامل انتشار محلولها في



(شكل ٧-٢)

الماء. توجد أيضاً أنبوبتين هـ، و يسمحان بدخول وخروج تيار منتظم من الماء النقي. تملأ الخلية بالماء إلى مستوى أعلى قليلاً من حافة جدران القسم ب يتكون في القسم د محلول ملح مركز نتيجة لذوبان الملح في ماء الجزء د . يبدأ انتشار محلول الملح في ماء الجزء ب من الخلية ويكون ذلك رأسيا إلى أعلى حتى يصل إلى حافة هذا القسم حيث يوجد تيار مستعرض من الماء يسحب أولاً بأول كل المادة الملحية التي وصلت إلى هذا المكان نتيجة للانتشار.

ويترك الجهاز مدة كافية حتى الوصول إلى حالة الاستقرار التي يتم عندها سحب كل المادة التي انتشرت رأسياً إلى أعلى خلال مساحة عمودية قدرها س سم[١] في زمن ثانية بواسطة تيار الماء المستعرض.

وتعلق عادة الخلية من كفة ميزان حساس لإيجاد معدل الفقد في الثانية من كتلة السنتيمتر المكعب من المجموع ويساوي هذا المقدار كتلة المادة ك التي تعبر عمودياً ١سم[٢] من فوهة الجزء ب من الخلية في الثانية.

ومن قانون الانتشار لفيك:

$$m = -DA\frac{dc}{dx} \quad \ldots\ldots (7\text{-}1)$$

حيث A هي مساحة مقطع الجزء ب

لإيجاد معدل تغير تركيز المحلول مع الارتفاع عن قاع الخلية تجرى تجربتين جانبيتين.

الأولى يدرس فيها تغير معامل انكسار الضوء μ مع تركيز المحلول وذلك باستخدام مقياس الانكسار لآبي Abbe's refractometer ونحصل بذلك على قيمة $\frac{d\mu}{dc}$.

والتجربة الثانية يقاس فيها تغير معامل انكسار الضوء على الارتفاعات المختلفة داخل الجزء ب من الخلية وبذلك نحصل على $\frac{d\mu}{dc}$

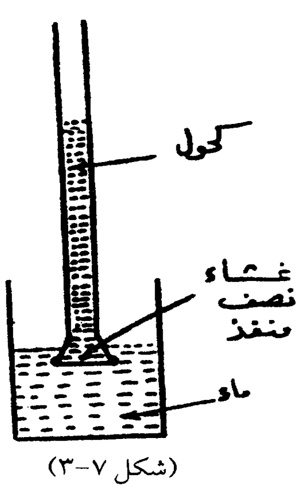
خارج قسمة المعادلتين السابقتين يعيطنا $\frac{dc}{dx}$

$$\therefore \frac{dc}{dx} = \frac{(d\mu/dx)}{(d\mu/dc)}$$

وبالتعويض في معاملة (٧-١) يمكننا إيجاد معامل الانتشار D.

٧- ٣ الانتشار خلال الأغشية والضغط الأسموزي: Osmosis

تنتقل السوائل خلال الأغشية نصف النفاذة بدرجات متفاوتة وتسمى هذه الظاهرة بالانتشار الأسموزي. ولتوضيح هذه الظاهرة نحضر مثانة مملوءة بالكحول ونغمرهـا في ماء نقي نجد أن المثانة تتضخم حتى تنفجر نتيجة لدخول الماء إليها دون خروج الكحول منها وبالعكس إذا كانت المثانة مملوءة بالماء ووضعت في كحول فإنها تنكمش لخروج المـاء منها.



(شكل ٧-٣)

يمكن منع انتقال الماء خلال الغشاء إذ أثرنا على الكحول بضغط معـين يطلـق عليـه الضغط الأسموزي بحيث نحضر أنبوبة مقفلة من أحد طرفيه بغشاء نصف نفـاذ يوضـع المحلول أو السائل بداخلها وتثبت في وضع رأسي بحيث يلامس طرفها السفلي سطح ماء نقي. بعد فترة تلاحظ ازدياد طول عمود السائل في الأنبوبـة بـسبب انتقـال المـاء خـلال الغشاء وعندما يتساوى الضغط الأسموزي بالزيادة في الضغط الناشئ عن ارتفاع عمـود السائل مسافة h يحدث اتزان ويكون الضغط الأسموزي = $h\rho g$

حيث h هو الزيادة في ارتفاع عمود السائل، ρ هي كثافة.

ويكون الشغل المبذول لنقل حجم V من الماء خلال الغشاء عندما يكون الضغط الأسموزي للسائل ρ هو PV وقد وجد أن الضغط الأسموزي مثل ضغط الغاز يتأثر بدرجة الحرارة المطلقة ويتناسب معها طردياً.

قانون فانت هوف :Van't Hoffis law

وجد فانت هوف بالتجربة أن الضغط الأسموزي لمحلول مخفف لملح لا يتحلل داخل المذيب يساوي ضغط غاز تام جزيئاته من مادة المذاب ويشغل نفس حجم المحلول. ويمكن كتابة القانون رياضياً على الصورة الآتية:

$$\frac{PV}{T} = \frac{m}{M}.k$$

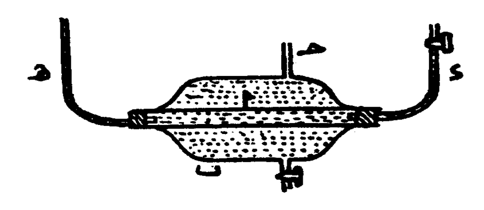
حيث V حجم المحلول، P الضغط الأسموزى.

T درجة الحرارة المطلقة، m كتلة المذاب

M، الوزن الجزيئي المذاب، k مقدار ثابت.

تعيين الضغط الأسموزي عمليًا:

نستخدم الجهاز المبين بشكل (٧-٤) ويتركب من أنبوبة ا من الفخار رسب على مسامها مادة سيانبد الحديد النحاسية cupric ferro cyanide لكي تجعل مسامها نصف نفاذه. يحيط بهذه الأسطوانة غلاف معدني ب يملأ بالمحلول تحت الاختبار عن طريق أنبوبة جانبية جـ. ويتصل بطرفي الأنبوبة ا أنبوبتان د، هـ تقفل د صمام بينما هـ أنبوبة شعرية مدرجة.



(شكل ٧-٤)

نملأ الأنبوبة الفخارية ا بالماء النقي (أو المذيب عموماً) بحيث يظهر سطحه على تدريج الأنبوبة هـ يمر الماء خلال الأنبوبة ا إلى المحلول المذاب ما لم يؤثر على هذا الأخير ضغط هيدروستاتيكي عن طريق الفتحة جـ في الأنبوبة ب.

عندما يتساوى هذا الضغط بالضغط الأسموزي للمحلول يظل سطح الماء في الأنبوبة الشعرية هـ في موضعه الأصلي.

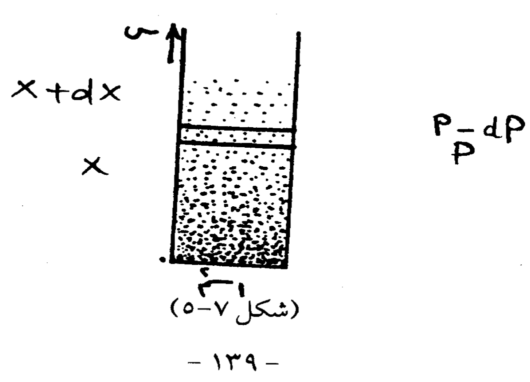
٧- ٤ الحركة البراونية داخل السائل:

في عام ١٨٢٧ لاحظ بروان وجود حركة مستمرة لبعض المعلقات الموجودة داخل السائل. وقد فسرت هذه الظاهرة على أساس نظرية الحركة للمادة التي تنص على أن جزيئات كل مادة دائمة الحركة في جميع الاتجاهات. فعند وجود معلقات في سائل تتصادم هذه الجزئيات مع المعلقات فإذا كان هناك محصلة لدفع الجزيئات لأحد هذه المعلقات في لحظة ما فإنها تتحرك تحت تأثيرها وتظهر الحركة البراونية .

قانون التوزيع العددي لدقائق جسم معلق في سائل في أعماقه المختلفة:

عندما يكون سائل في حالة اتزان ديناميكي حراري فإن ذلك لا يعني أن تظل سرعات الجزيئات ثابتة لا تتغير؛ ولكن إذا اعتبرنا أن عدد جزيئات الغاز التي يكون لها سرعات بين $\upsilon+d\upsilon$,υ في لحظة ما هي n_v فإن شرط الاتزان هو أن يظل هذا العدد ثابتاً لا يتغير من الزمن.

عتبر عموداً من السائل مساحة مقطعه ١ سم٢ يتزن تحت تأثير الجاذبية الأرضية، ونفرض أن درجة الحرارة داخله ثابتة ومنتظمة، شكل (٧-٥)



(شكل ٧-٥)

اعتبر طبقة من السائل سمكها dx على ارتفاع x من أسفل عمود السائل وأن قيمة الضغط على سطحي هذه الطبقة هو P, P – dP

وزن جزيئات السائل في هذه الطبقة = ρgdx

حيث ρ هي كثافة السائل عند الارتفاع x يتزن هذا الوزن مع فرق الضغط على السطحين.

$$\therefore\ (p-dp)-p = p\,g\,x$$

$$-\ \therefore dp = p.g.dx\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1\text{-}7)$$

ولكن من القانون العام للغازات

PV= RT

حيث R ثابت الغاز للجرام الجزيئى ويساوي عدد إفوجادرو ن مضروباً في ثابت بولتزمان k أي إن:

$$P=\frac{n}{V}kT = NkT\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2\text{-}7)$$

حيث:

$N=\frac{n}{V}$ = عدد الجزيئات في وحدة الحجوم.

$$dp = kT\ dN\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (3\text{-}7)$$

ومن المعادلتين (٧-١)، (٧-٣) نحصل على

$$-kTdN = g\ dx$$

لكن الكثافة P= m N حيث m هي كتلة الجزيء، N عدد الجزيئات في وحدة الحجوم.

$$-kT\ dN = m\ Ng\ dx$$

$$\int_{N_o}^{N}\frac{dN}{N} = -\int_{o}^{x}\frac{mg}{kT}\,dx$$

وبالتكامل:

$$N = N_0\ e\times P\left(-\frac{mg}{kT}\right)x$$

وهذه المعادلة تعطي توزيع الجزيئات في وحدة الحجوم من السائل على الارتفاعات

المختلفة x ومن المعادلة (٧-٢) يتناسب الضغط طردياً مع عدد الجزيئات في وحدة الحجوم فيكون بذلك تغير الضغط على الارتفاعات المختلفة هو:

$$P = P_o . e^{-(mg/RT)\,x}$$

ويستخدم هذا القانون بعينه في تعيين تغير ضغط الهواء الجوي مع الارتفاع عن سطح الأرض باعتبار ثبوت درجة الحرارة T.

٧-٥ تجارب بيرين لتعين عدد أفوجادور (١٩١١):

استحضر بيرين محلول غروي (معلق) تكون لجزيئاته نفس الحجم تقريباً وقد تحصل على هذا المحلول بإدارة المحلول الأولى بقوة طاردة مركزية لمدة طويلة حتى انفصلت الجزيئات المتشابه معاً. وأخذ قطره من الجزء المتجانس ونظر إليها خلال ميكروسكوب قوي وافترض أن القطرة تكوِّن عموداً من السائل ارتفاعه حوالي ٠,١ مم.

وقد استطاع بيرين إيجاد عدد الجزيئات المعلقة التي تشغل مساحة معينة على ارتفاع معين من عمود السائل، وذلك بالنظر خلال ثقب رفيع في مجال رؤية الميكروسكوب. وبتغير المستوى البؤري للميكروسكوب بتغيير وضع قصبته تمكن من إيجاد تغير عدد الجزيئات الموجودة في مساحة معينة مع الارتفاع.

نفرض أن d هي المسافة داخل السائل بين قراءتين متتاليتين للميكروسكوب وأن عدد الجزيئات عندهما n_2, n_1 إذا كان معامل انكسار السائل μ فإن المسافة الهوائية المكافئة هي:

$$x = \mu d$$

$$Log_e\left[(n_1 / n_2\right] = \frac{mg}{kT}.d$$

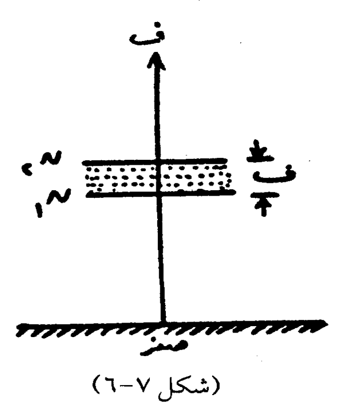
لكن $k = \frac{N}{R}$ حيث إن R هو ثابت الغاز للجرام الجزيئي.

$$\log_e\left(\frac{N_1}{N_2}\right) = \frac{mgN}{RT}.\mu d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7-6)$$

لإيجاد كتلة المعلق m نوجد أولاً كثافة المعلقات في كل حجم السائل نظراً لتساوي

كثافتها مع كثافة المحلول ثم نوجد كثافة المحلول بواسطة قنينة الكثافة.

ثم نوجد بعد ذلك حجم الجزيء المعلق بتخفيف المحلول والنظر إليه تحت الميكروسكوب مع إيجاد عدد الجزيئات التي تشغل طولاً معيناً. ومن ذلك نوجد قطر الجزيء ثم حجمه. ومن الكثافة والحجم نوجد الكتلة.



(شكل ٧-٦)

M= حجم الجزيء × كثافته.

وباستخدام المعادلة السابقة (٧-٦) وجد بيرين أن عدد أفوجادروN= ٦٠٦×١٠ ^٢٣^.

٧ – ٦ تدفق السوائل:

٧ – ٦ –١الشغل اللازم لتحريك سائل:

لكي يتحرك أي سائل داخل أنبوبة يجب بذل كمية من الطاقة على شكل شغل مبذول يتحول إلى طاقة حركة للسائل.

إذا كانت F هي القوة الدافعة لحركة السائل في أنبوبة مساحة مقطعها A يكون الضغط

$$P=\frac{F}{A}$$

إذا تحرك السائل مسافة ف داخل الأنبوبة نتيجة لتأثير القوة فإن:

(شكل ٧-٧)

الشغل المبذول = $A.x.\frac{F}{A} = F.x$

$= P.\ V$

حيث $V = d.x$= حجم السائل المدفوع.

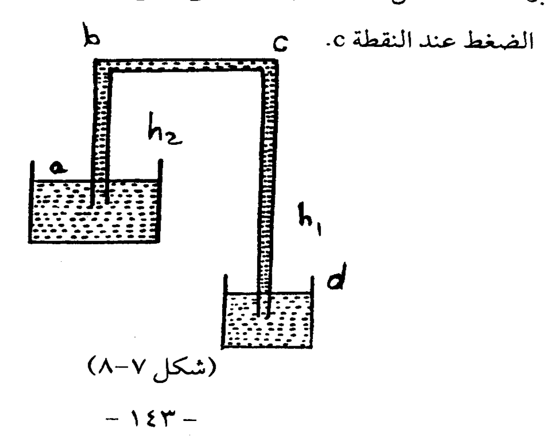
أي إن الشغل المبذول لتحريك سائل في أنبوبة يساوي ضغط السائل مضروباً في حجم السائل المدفوع.

٧ – ٦ – ٢ انتقال السوائل من المستويات المرتفعة للمنخفضة:

إذا غمر أحد طرفي أنبوبة abcd، مثبتة على شكل زاويتين قائمتين في إناء a والطرف الآخر في إناء d في مستوى منخفض عن ا وكان السائل متصلا داخل الأنبوبة فإن السائل يسري داخلها من المستودع α إلى d. (شكل ٧-٨) حتى يتساوى سطحي السائل في كل منهما أو يفرغ السائل كلية من المستودع ذي المستوى المرتفع.

لتفسير سبب ذلك نفرض ضغطاً جوياً فوق سطحي السائل عند كل من a، d هو P_0 اعتبر ضغط السائل عند نقطتين b، c على نفس المستوى.

الضغط عند النقطة c.



(شكل ٧-٨)

$P_o = P - h_1 . \rho . G$

حيثg هي عجلة الجاذبية، ρ كثافة السائل،h_1 هو ارتفاع C عن سطح السائل في المستودع د .

الضغط عند النقطة b $p_b = P - h_2 \rho g$

حيث n_2 هو ارتفاع النقطة ب عن سطح السائل في المستودع a.

$$P_b - P_c = (h_1 - h_2).P.g$$

ولما كانت h_1 أكبر من h_2

فهذا يعني أن السائل يسري في الاتجاه من Pc إلى c طالما h_1 أكبر من h_2

٧ – ٦ – ٣ قاعدة توريشللي: (خروج سائل من ثقب في إناء)

نفرض وجود إناء مملوء بسائل وبه ثقب في أسفله (شكل ٧–٩). وأن سطح السائل قد حفظ في مستوى ثابت بواسطة إضافة بعض السائل إضافة مستمرة لتعادل الكمية التي تخرج من الفتحة. يخرج السائل عند الفتحة تحت تأثير الضغط الناشئ من ارتفاع السائل فوقها وهذا يساوي $\ell \rho g$

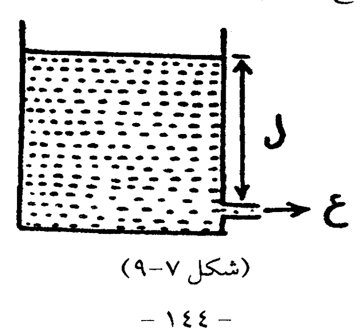
حيث ℓ ارتفاع السائل فوق الفتحة، ρ كثافة السائل، g عجلة الجاذبية. إذا كانت سرعة خروج السائل من الفتحة υ فإنه طاقة حركة ١ سم٣ من السائل $\frac{1}{2} \rho \upsilon^2$. وبمساواة طاقة الموضع والحركة لهذا السنتيمتر المكعب عند سقوطه ل سم فإن:

$$\frac{1}{2} P \upsilon^2 = \ell \rho g$$

$$\upsilon^2 = 2g\ell$$

$$\therefore \upsilon = \sqrt{2g\ell} \quad \text{...} (7-7)$$

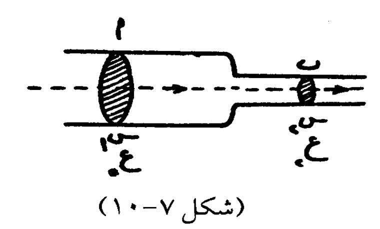
وهذه هي سرعة خروج الماء من الفتحة.



(شكل ٧–٩)

٧ – ٧ حركة السوائل في الأنابيب:

تتغير سرعة حركة أي سائل في أنبوبة ما حسب اتساع أو ضيق مقطعها. فكلما ازدادت الأنبوبة ضيقا ازدادت سرعة السريان للسائل. ولإثبات تلك الحقيقة نفرض أنبوبة أفقية يتحرك فيها سائل غير قابل للانضغاط. نفرض مساحة مقطع الأنبوبة عند النقطتين ا، ب (شكل ٧-١٠) هما A_1، وأن سرعتي التدفق عندهما υ_1, υ_2 على الترتيب.



(شكل ٧-١٠)

في الزمن t يتحرك السائل عند النقطة ا مسافة تساوي $\upsilon_1. t$ بينما يتحرك السائل عند النقطة ب في نفس الزمن مسافة $\upsilon_2. t$.

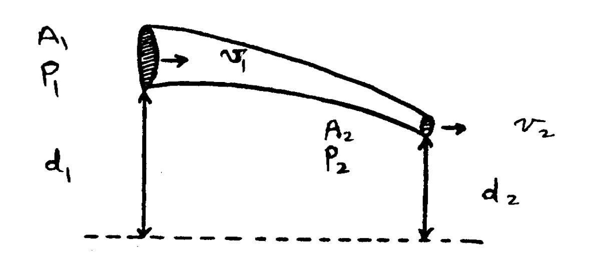
بما أن السائل غير قابل للانضغاط فإن حجم السائل الذي يمر بالنقطة ا في الزمن t يساوي حجم السائل الذي يمر بالنقطة ب في نفس الزمن، أي إن:

$$\upsilon_1 t A_1 = \upsilon_2 t A_2$$
$$\therefore \upsilon_1 A_1 = \upsilon_2 A_2$$

أي إن سرعة التدفق تتناسب عكسياً مع مساحة مقطع الأنبوبة وهذا يفسر سبب اندفاع المياه بسرعة أكبر من خرطوم المياه كلما ازدادت فتحته ضيقاً.

٧ – ٨ نظرية برنولي وتطبيقاتها:

لدراسة حركة سائل غير قابل للانضغاط داخل شبكة من الأنابيب الرأسية ذات المقطع المتغير (مثل شبكة أنابيب المياه في المنازل)، نفرض جزءاً من هذه الشبكة تمثله الأنبوبة ا ب (شكل ٧-١٧) ونفرض أن مساحة المقطع والارتفاع عن سطح الأرض عند كل من ا ، ب هما (d_1, x_1)، (d_2, x_2) على الترتيب. وأن سرعة السائل وضغطه عندهما (ρ_1, υ_1)، (ρ_2, υ_2). على الترتيب. لإيجاد العلاقة بين سرعة التدفق والضغط والارتفاع عن سطح الأرض نعتبر أن هذه الأنابيب تكون مجموعة معزولة يمكن أن ينطبق عليها قانون بقاء الطاقة، أي إن:



(شكل ٧-١١)

مجموع الطاقات عند النقطة ا = مجموع الطاقات عند النقطة ب.

تنشأ الطاقة عند أي نقطة مثل ا أو ب عن ثلاثة عوامل.

١ – طاقة الموضع التي يكتسبها السائل بفضل ارتفاعه d عن سطح الأرض وتساوي هذه الطاقة m g d حيث m هي كتلة السائل الذي يمر في وحدة الزمن.

٢ – طاقة الحركة التي يكتسبها السائل بفضل سرعته υ وتساوي هذه الطاقة $\frac{1}{2}m\upsilon^2$

٣– الشغل الميكانيكي المبذول لدفع السائل داخل الأنابيب.

فإذا كان ضغط السائل عند نقطة ما هو ρ وإذا كانت مساحة المقطع للأنبوبة عند هذه النقطة هي A فإن القوة المحدثة للحركة P.A

إذا كانت سرعة السائل هي υ فإنه يتحرك في وحدة الزمن مسافة تساوي عددياً السرعة υ

∴ الشغل المبذول= القوة × المسافة.

بتطبيق قانون بقاء الطاقة عند كل من ا ، ب نحصل على

$$mgd_1 + \frac{1}{2}m\upsilon_1^2 + P_1A_1\upsilon_1 = mgd_2 + \frac{1}{2}m\upsilon_2^2 + P_2A_2\upsilon_2 \quad \ldots (7-9)$$

وبما أن كتلة السائل المارة في وحدة الزمن ثابتة عند ا، ب فإن

$$m=\upsilon_1A_1\rho = \upsilon_2A_2\rho \quad \ldots\ldots (7\text{-}10)$$

حيثρ هي كثافة السائل. ومن المعادلتين (٧-٩)، (٧-١٠) نحصل على:

$$g\,d_1 + \frac{1}{2}\upsilon_1^2 + \frac{P}{\rho} = gd_2 + \frac{1}{2}\upsilon_2^2 + \frac{P_2}{\rho} \quad \ldots\ldots (7-11)$$

وتعرف هذه المعادلة بمعادلة برنولي لتدفق السوائل في الأنابيب.

إذا كانت الأنبوبة أفقية أي عندما يكون $d_1 = d_2$ تصبح معادلة برنولي:

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2}\upsilon_1^2 = \frac{P_2}{\rho_1} + \frac{1}{2}\upsilon_2^2 \quad \ldots\ldots (7-12)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2\left(\frac{\upsilon_2^2}{\upsilon_1^2} - 1\right) \quad \ldots\ldots (7-13)$$

$$\upsilon_1 A_1 = \upsilon_2 A_2$$

$$\therefore P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2\left(\frac{A_1^2}{A_2^2} - 1\right) \quad \ldots\ldots (7-14)$$

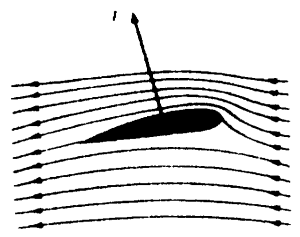
من المعادلة يتضح أنه إذا كان س١ أكبر من س٢ يكون الضغط ص١ أكبر من ص٢ بينما تكون السرعة ع١ أصغر من ع٢. أي إنه عندما يزداد مقطع الأنبوبة تقل سرعة التدفق داخلها بينما يزداد ضغط السائل في هذا المكان. وكمثال لتوضيح هذا الحقيقة نعتبر أن الأوعية الدموية في جسم الإنسان ما هي إلا مجموعة من الأنابيب يتدفق داخلها سائل هو الدم. فعند قطع شريان - حيث مساحة المقطع كبيرة - تكون سرعة تدفق الدم صغيرة بينما يكون الضغط كبيراً ؛ مما يصعب معه إيقافه بطريق التجلط فقط ؛ بينما يلاحظ عكس ذلك في حالة الجروح السطحية حيث تكون مقاطع الأوعية الدموية صغيرة فيكون ضغط السائل صغيراً ويسهل بذلك إيقافه بتكوين جلطة في مكان القطع.

تطبيقات على نظرية برنولي

انسياب الهواء حول جناح الطائرة

جناح الطائرة مصمم بحيث يكون السطح العلوي للجناح أكثر انحناءً ن السطح السفلي (شكل ٥-٧). ولذلك فإن الهواء المار فوق السطح العلوي يتبع مساراً أكثر إنحناءً من مسار الهواء المار قرب السطح السفلي. ونظراً لأن تناقص الضغط يكون في اتجاه مركز التكور، لذلك يكون الضغط فوق الجناح أقل منه تحته وبناءً عليه تزداد سرعة

الهواء في منطقة الضغط المنخفض أي على السطح العلوي للجناح عنها على السطح السفلي وينشأ عن ذلك قوة علوية (F) تعمل على رفع الجناح وتسمى بقوة الرفع الديناميكي للطائرة.



شكل (٥-٧) انسياب الهواء حول جناح الطائرة.

ويعتمد مقدار هذه القوة على عدة عوامل منها سرعة الطيران، ومساحة سطح الجناح وانحناء سطحه العلوي بالنسبة للسفلي، وكذلك زاوية ميل الجناح على الأفقي.

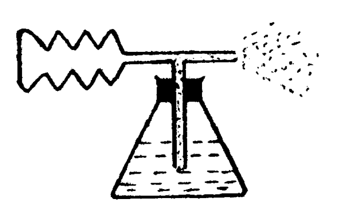
ويتضح من ذلك أن تطبيق قاعدة برنولي في حالة الطيران يدل على العلاقة الوثيقة بين ضغط الهواء فوق وأسفل الجناح مع سرعة الطائرة؛ مما يتحتم معه أخذ ذلك في الاعتبار عند تصميم أجنحة الطائرات.

المذرة

من نتائج قاعدة برنولي لتدفق الموائع أن الضغط يقل عندما يمر المائع فوق فتحة أنبوبة وذلك ما يجعل السائل في المذرة (شكل ٥-٨) يرتفع في الأنبوبة ويختلط مع تيار الهواء المندفع من المضخة ويصير رذاذًا. وهناك العديد من التصميمات لمذرات تعمل في مجال العطور وأخرى في مجال رش المبيدات الحشرية وغيرها لرش البويات ودوكو السيارات.

تتركب مذرة العطور في أبسط صورها (شكل ٥-٨) من أنبوبة مغمور طرفها في السائل المعطر ويتصل طرفها الآخر بأنبوبة أفقية بها فتحة ضيقة لخروج الرذاذ منها. والخطورة في مذرات العطور أنها لا تستخدم الهواء في المضخة كما في حالة المبيدات الحشرية؛ ولكنها تستعمل بدلاً من الهواء غاز الكلورو فلورو كاربون الذي وجد أنه

يتفاعل بعد انطلاقه من المذرة مع غاز الأوزون الموجود بالهواء الجوي مما يتسبب عنه مشاكل خطيرة تؤثر على حياة الإنسان ، ومن هذه المشاكل ما يعرف باسم «مشكلة ثقب الأوزن». والأوزون غاز يتكون من ثلاث ذرات من الأكسجين (O_3) وسيأتي الكلام عنه فيما بعد.



شكل (٥-٨) مذرة العطور

قاعدة برنولي وتدفق الدم في الشرايين

تشبه الأوعية الدموية في جسم الإنسان شبكة من الأنابيب تختلف مساحة مقاطعها من مكان إلى آخر كما أنها توجد على مستويات مختلفة من سطح الأرض. يتدفق الدم في هذه الأنابيب بسرعات مختلفة فتختلف طاقة حركة السائل من مكان لآخر وكذلك طاقة موضعه.

يمثل الشريان أنبوباً واسعاً حيث يكون فيه ضغط الدم كبيراً بينما تكون سرعة تدفقه صغيرة إذا حدث ضيق في الشريان نتيجة ترسب الكولسترول على سطحه الداخلي يزداد ضغط الدم لكي يظل معدل تدفقه في الجسم ثابتاً ويستلزم ذلك زيادة الحمل على عضلة القلب وهي التي تضخ الدم في الشرايين والأوعية الدموية. وقد يترتب على زيادة الضغط لمعادلة الاختناق في الأوعية انهيار أحدهما مما يسبب انقطاع في تدفق الدم عن الأعضاء الحيوية ويطلق على هذه الحالة هبوط حاد في الدورة الدموية قد يؤدي إلى الموت. ويمكن الكشف على تدفق الدم في الأوعية بواسطة سماعة الأذن الطبية. والجدير بالذكر أنه إذا كان بالأوعية الدموية تجلطات يمكن لها أن تتحرك في تيار التدفق فإنها قد تستقر في عضو من أعضاء الجسم مسببة الفشل في أدائه الوظيفي وقد تصل إلى القلب محدثة أزمة قلبية.

المذرات وغاز الكلورو فلورو كاربون CFC

يستخدم عادة غاز الكلورو فلورو كاربون CFC لإحداث الضغط اللازم فوق السوائل لتشغيل مذرات العطور والمبيدات الحشرية. وخطورة هذا الغاز أنه بعد انطلاقه من المذرة يتفاعل مع غاز الأوزون O_3 الموجود بالجو محولا إياه إلى غاز أوكسجين معتاد O_2 ويؤدي ذلك إلى تلاشي طبقات الأوزن في جو الأرض والتي تحدث استطارة للأشعة فوق البنفسجية الآتية إلينا من الشمس وبذلك تنفذ هذه الأشعة من الجو وتصل إلينا على سطح الأرض فتؤثر بذلك على كل من يتعرض لها من الأحياء مسببة له أخطاراً كبيرة مثل سرطان الجلد.

هذا وبالرغم من أن تعرض الإنسان لجرعات من الأشعة فوق البنفسجية يفيده في تحويل بعض المركبات بالجسم إلى فيتامين د(D) وله فائدة حيوية إلا أن التعرض لجرعات كبيرة يكون شديد الخطورة.

من المعروف أن الهواء الجوي يحتوي على كمية كبيرة من غاز الأكسجين الذي يوجد عن طريق التمثيل الضوئي للنباتات. ويقوم الأكسجين بدور حيوي في الحفاظ على حياة الإنسان والحيوان عن طريق عملية التنفس، وليس هذا فحسب؛ ولكن للأكسجين أهمية كبيرة على دائرة الحياة الأرضية وذلك بتكوين طبقة الأوزون في جو الأرض على ارتفاع يتراوح بين عشرين وخمسين كيلومترا من سطح الأرض. وفائدة طبقة الأوزون في أنها تمتص نسبة كبيرة من الأشعة فوق البنفسجية القادمة من الشمس وبذلك تحمي الأحياء من أخطارها.

لقد وجد حديثاً أن عناصر الهيدروكسيل (OH) التي تتكون من تفاعل الأكسجين الذري وبخار الماء وكذلك أكاسيد النتروجين ومركبات الكلور، تسهم بقدر كبير في تكوين ثقب الأوزون في الغلاف حول الأرض من الهواء الجوي عند طبقة الستراتوسفير.

تحت الظروف الجوية المعتادة تتجمع أكاسيد النتروجين(NO,NO_2) في طبقة الستراتوسفير. وتتكون هذه الغازات من النشاط الميكرو بيولوجي في التربة وتكون هذه الغازات خاملة ولا تتفاعل عندما تكون في التروبوسفير وهي طبقة الهواء الجوي حيث تنخفض درجة الحرارة انخفاضاً كبيراً ؛ ولكنها تتحلل بتأثير الأشعة فوق البنفسجية

مكونة أول أكسيد النتروجين (NO) الذي تتحد جزيئاته مع جزيئات الأوزون (O_3) وينتج عن ذلك ثاني أكسيد النتروجين (NO_2) الذي يتحد بدوره مع الأكسجين الذري (O) في الهواء وفقاً للتفاعلات التالية:

$$NO + N_3 = NO_2 + O_2$$
$$NO_2 + O = NO + O_2$$

ونتيجة ذلك تتحول جزيئات الأوزون (O_3) إلى أكسجين معتاد (O_2) وبذلك يتلاشى وجود الأوزون في الستراتوسفير محدثًا ما يطلق عليه ثقب الأوزون. ويلاحظ أن أكاسيد النتروجين في هذه التفاعلات يعاد تكوينها وبذلك يمكن أن تستمر هذه التفاعلات إلى ما لانهاية ويستمر معها تحول الأوزون إلى أكسجين معتاد، إلا إذا اتحد ثاني أكسيد النتروجين (NO_2) مع عنصر الهيدروكسيل (OH) مكوناً حامض نتريك:

$$NO_2 + OH = HNO_3$$

وبزيادة نشاط الإنسان في العصر الحديث ازداد تأثر طبقة الأوزون الجوي فمثلاً تبعث الطائرات النفاثة التي تطير بسرعات فوق صوتية في الستراتوسفير الكثير من أكاسيد النتروجين، كما أن الزيادة في استعمال مخصبات الأراضي يزيد من تكوين هذه الأكاسيد. وربما يكون الأكثر خطراً على طبقة الأوزون الجوي هو كثرة استعمال غاز الكلورو فلورو كاربون (CFC) في مذرات العطور والمبيدات الحشرية وكذلك استعمال غاز الفريون في الثلاجات إلى غير ذلك. تتفاعل بشدة هذه الغازات المحتوية على الكلور (C1) مع جزيئات الأوزن محدثة نفس فعل أكاسيد النتروجين عند تعرضها للأشعة فوق البنفسجية.

$$C1 + O_3 = C1O + O_2$$
$$C1O + O = C1 + O_2$$

ونتيجة ذلك تحول الأوزون (O_3) إلى أكسجين معتاد (O_2).

لماذا يوجد ثقب الأوزون فوق القطبين؟

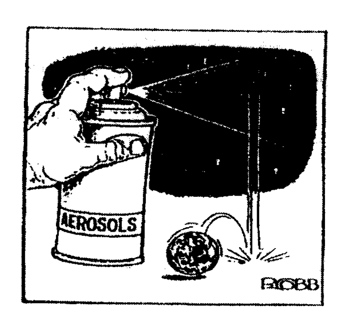
لقد أظهرت التجارب المعملية أن بلورات الثلج في درجات الحرارة المنخفضة تمتص حامض الهيدروكلوريك (HC1) كما تمتص أيضاً نترات ($C1NO_3$) ويحدث تفاعل بينها داخل بلورات الثلج كالآتي:

$$ClNO_3 + HCl = Cl_2 + HNO_3\ (H_2O)$$

وينطلق من التفاعل غاز الكلور في حالته الغازية بينما يظل حامض النتريك المائي $HNO_3\ (H_2O)$ متجمداً في بلورة الجليد. ويشترط لحدوث هذا التفاعل أن يتم في درجات حرارة منخفضة ويتوفر هذا الشرط عند القطبين وفي منطقة الستراتوسفير أي فوق الأنتراكتيكا (Antractic) خلال فصل الشتاء. ولما كانت الأشعة فوق البنفسجية الآتية من الشمس ضرورية لإحداث هذا التفاعل الضوئي (photolysis) الذي ينطلق منه غاز الكلور المسبب لإزالة الأوزون من جو الأرض، لذلك يكون ظهور ثقب الأوزون أكبر ما يمكن في فصل الربيع عندما تتوفر أشعة الشمس بالإضافة إلي برودة الشتاء.

يتحرر غاز الكلور في حالته الذرية (Cl) من التفاعل:

$$(ClO)_2 + \text{U.V. photon, } hf = Cl + ClO_2$$



شكل (٥-٩) نشرة دولية لحماية الأرض من خطر ثقب الأوزون.

ويتوقف معدل حدوث التفاعل على درجة الحرارة، فكلما نقصت درجة الحرارة ازداد احتمال حدوث هذا التفاعل في بلورات الثلج. وهذا يفسر سبب ظهور ثقب الأوزون فوق المناطق القطبية من الكرة الأرضية. كما يزداد حدوث هذا التفاعل كلما ازدادت مركبات الكلور في الهواء الجوي، ولذلك فإن كثرة استخدام غاز الكلورو فلورو كاربون وغاز الفريون للاستعمال البشر يؤدي إلى تفاقم مشكلة ثقب الأوزون وازدياد

أضراره على البشرية لذلك تدعو الهيئات العلمية والعالمية إلى إيقاف العمل بهذه الغازات الضارة حفاظاً على مستقبل البشرية من الدمار. ويبين شكل (٥-٩) نشرة دولية تدعو إلى منع البيروسول ووقف العمل بغاز الكلورو فلورو كاربون (CFC).

***

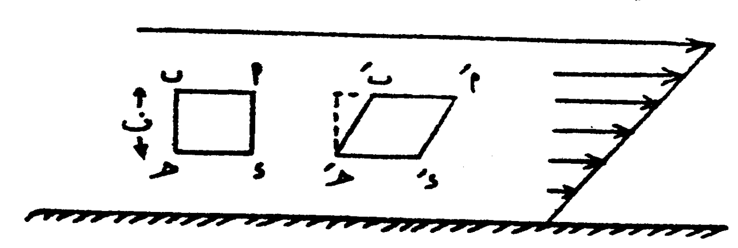
لزوجة السوائل

إذا سكبنا كمية من زيت أو جلسرين وأخرى من ماء على مستوى أفقي نجد اختلافاً في قابلية كل منهما على الانسياب. فبينما نجد الماء يستجيب بسهولة لفعل القوة التي تعمل على تحريكه نجد أن الجليسرين بطيء في التدفق. والخاصية التي تميز السائل من حيث استجابته للحركة تسمى باللزوجة وتنشأ عن وجود ما يشبه الاحتكاك بين طبقات السائل بعضها وبعض. وكلما ازدادت قيمة هذا الاحتكاك زادت لزوجة السائل. ويمكننا تعريف اللزوجة بأنها الممانعة التي تبديها طبقات السائل للحركة.

٧ – ٩ معادلة نيوتن :

نفرض سائلاً يتحرك على مستوى أفقي ونفرض أن السائل يتكون من طبقات فوق بعضها البعض تتحرك بسرعات مختلفة تحت تأثير قوة مماسية تعمل على تحريك السائل (شكل ٧-١٣). نفرض أن ا ب جـ د هو مكعب داخل السائل قبل الحركة وأن شكله قد تغير إلى الوضع اَ بَ جـَ دَ أثناء حركة السائل. يتوقف مقدار انبعاج شكل المكعب على قوة الاحتكاك F بين الطبقات المختلفة.

ومن البديهي أن تتناسب هذه القوة طردياً مع مساحة سطح السائل الذي تتواجد قوى الاحتكاك عليه.



(شكل ٧-١٣)

فإذا فرضنا أن مساحة سطح المكعب هو A وأن سرعة الطبقة العليا ا ب هي υ_1 وسرعة الطبقة السفلي ب جـ هي υ_2 فإن معدل تغير السرعة في الاتجاه العمودي على سطح هو $\frac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{d}$.

حيث d هي المسافة العمودية بين طبقتي السائل ا ب جـ د. وواضح أن وحدات معدل تغير السرعة هي T^{-1}.

افترض نيوتن أن قوة الاحتكاك υ تتناسب مع معدل تغير السرعة، وكذلك مع مساحة السطح س أي إن:

$$F = \eta A \frac{\upsilon_1 - \upsilon_2}{d} \quad \text{.................................} \quad (17-13)$$

حيث ثابت التناسب η هو معامل اللزوجة للسائل. ويعرف بأنه القوة التي إذا أثرت على وحدة المساحة من سائل أحدثت فيه وحدة معدل تغير في السرعة وتعرف المعادلة السابقة (٧-١٣) بمعادلة نيوتن. وتستخدم في تعيين وحدات معامل اللزوجة كما يأتي:

$$\eta = \frac{\text{قوة}}{\text{مساحة} \div \times \text{معدل تغير سرعة}}$$

$$= (MLT^{-2})(L^{-2})(L.L^{-1}T)$$

$$= ML^{-1}T^{-1}$$

وتسمى وحدة معامل اللزوجة بالبواز إذا استخدمنا وحدات سم. جم. ثانية.

٧- ١٠ سريان السوائل في الأنابيب. معادلة بواسي:

يتوقف حجم السائل المتدفق في الثانية عند سريانه في أنبوبة على كل حال من المتغيرات الآتية:

١- معامل لزوجة السائل، η

٢- نصف قطر الأنبوبة، r.

٣- معدل تغير الضغط في اتجاه الأنبوبة ويعرف بأنه الفرق في الضغط بين نقطتين تبعدان مسافة قدرها الوحدة في اتجاه التدفق وتكون وحدات هذا المعدل هي:

$$\frac{\text{ضغط}}{\text{مسافة}} = \frac{\text{قوة}}{\text{مساحة × طول}} = [ML^{-2}T^{-2}] \frac{MLT^{-2}}{L^3}$$

وتقاس قيمته بمعرفة الفرق في الضغط P بين طرفي الأنبوبة وطولها ℓ . بتطبيق نظرية الأبعاد:

حجم السائل المتدفق في الثانية = $k.\eta^{\alpha}.r^{\beta}.\left(\frac{P}{\ell}\right)^{\gamma}$

حيث k ثابت عددي. وتصبح معادلة الأبعاد هي:

$$(MLT^{-2}T^{-2})^{\gamma}.L^{\beta}.(ML^{-1}T^{-1})^{\alpha} = \left[\frac{L^3}{T}\right]$$

∴ $\alpha + \gamma$ = صفر

$-\alpha + \beta - 2\gamma = 3$

$\alpha + 2\gamma = 1$

وبحل المعادلات نحصل على

$\alpha = -1$ ، $\beta = 4$. $\gamma = 1$

وتكون بذلك معادلة بواسي للتدفق هي:

حجم السائل المار في الثانية =

$$V = K.\frac{\text{P}r^4}{2\ell} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7-14)$$

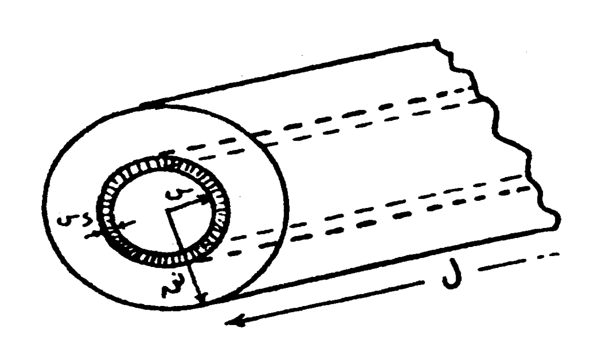
وقد وجد أن الثابت العدد هو $\frac{\pi}{8}$

∴ معدل التدفق =

$$V = K.\frac{\pi r^4}{8\eta\ell}.P \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(7-15)$$

إثبات معادلة بواسي رياضياً.

نفرض أنبوبة نصف قطرها r وطولها ℓ يسري داخلها سائل معامل لزوجته η.



(شكل ٧-١٤)

اعتبر قشرة أسطوانة من السائل نصف قطرها x وسمكها dx لها نفس محور الأنبوبة (شكل ٧-١٤).

مساحة سطح القشرة الأسطوانية.

$= 2\,\pi x\ \ell$

يؤثر على هذا السطح أثناء حركة السائل قوة احتكاك.

$F_1 = -2.2\pi \times \ell.\frac{d\upsilon}{dx}$ حيث $\frac{d\upsilon}{dx}$ هو معدل تغير السرعة في اتجاه نصف القطر. والإشارة سالبة؛ لأن السرعة تتناقص كلما اقتربنا من جدار الأنبوبة أي كلما ازدادت س.

إذا كان الفرق في الضغط بين طرفي الأنبوبة هو P تكون القوة المحركة لهذه القشرة من السائل هي $F_2 = \pi\, x^2.\, P$

إذا كانت حركة السائل انسيابية منتظمة لا يوجد للسائل عجلة تسارع وتكون $F_1 = F_2$

$$\therefore\ \pi x^2 P = -2\pi\ell\,\eta \times \frac{d\upsilon}{dx}$$

$\therefore\ \frac{1}{2}\,P \times dx = -\ell\,\eta\, d\upsilon$ وبالتكامل ينتج أن

$$-\ell\,\eta\,\upsilon = \frac{Px^2}{4} + c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ (7-16)$$

حيث C هو ثابت التكامل وتوجد قيمته كما يأتي. عندما تكون r =x تكون سرعة السائل υ= o

$$\therefore -\ell\eta\times o=\frac{\mathbf{Pr}^2}{4}+C$$

$$\therefore C=-\frac{\mathbf{Pr}^2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7-16)$$

وتعطي هذه المعادلة قيمة سرعة السائل عند أي نقطة في الأنبوبة. ولإيجاد معدل التدفق أي حجم السائل المار في الأنبوبة في الثانية نعتبر مساحة مقطع القشرة الأسطوانية $2\times\pi\times dx.\upsilon$ وبتجميع مثل هذه الكميات بالنسبة لكل القشر الأسطوانية التي يتكون منها السائل نحصل على :

$$\text{معدل التدفق} = \int_o^r 2\pi\times\upsilon dx$$

$$\int_o^r \frac{P}{4\eta\ell}(r^2-x^2)\,2\pi\times dx$$

$$=\frac{\pi P}{2\ell\eta}\int_o^r (r^2x-x^3)dx$$

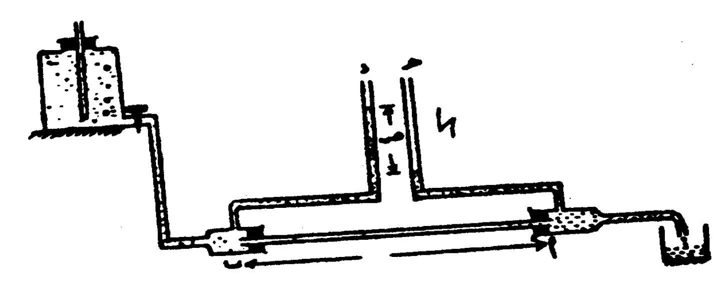
$$=\frac{\pi P}{2\ell\eta}\left[\frac{r^2x^2}{2}-\frac{x^4}{4}\right]_o^r$$

$$=\frac{\pi P}{2\ell\eta}\left(\frac{r^4}{2}-\frac{r^4}{4}\right)$$

$\therefore V=\dfrac{\pi r^4}{8\eta\ell}$ وهي نفس المعادلة التي حصلنا عليها بواسطة الأبعاد.

٧ – ١١ قياس معامل اللزوجة بطريقة بواسي :

يتركب الجهاز كما هو مبين بشكل (٧–١٥) من أنبوبة ضيقة المقطع ا ب تتصل بمستودع مرتفع مملوء بالسائل.



(شكل ٧-١٥)

يمرر السائل بمعدل منتظم داخل الأنبوبة ا ب وتجمع كمية من السائل في زمن معين لتعيين حجم السائل المتدفق في الثانية V. يقاس الفرق في الضغط بين طرفي الأنبوبة بواسطة أنبوبتين مانو متريتين جـ، د متصلتين بالسائل عند مدخل الأنبوبة وعند مخرجها. إذا كان الفرق بين مستوى السائل داخل جـ، د هو h يكون الفرق بين ضغط السائل عند مدخل الأنبوبة وعند مخرجها هو:

$$P = h\rho g$$

حيث ρ هي كثافة السائل، g عجلة الجاذبية.

وبقياس كل من طول الأنبوبة ℓ ونصف قطرها r يمكن إيجاد معامل لزوجة السائل من معادلة بواسى:

$$\eta = \frac{\pi r^4}{8V\ell} P$$

٧- ١٢ لزوجة السوائل بطريقة الكرة الساقطة:

قانون ستوكس

إذا أسقطت كرة معدنية صغيرة في سائل لزج كالجليسرين فإن سرعة الكرة تتزايد تدريجياً حتى تصل إلى قيمة ثابتة تسمى بالسرعة النهائية للسقوط.

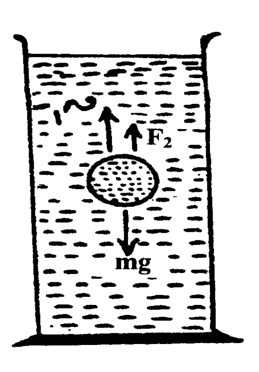
تؤثر عندئذ على الكرة القوى الآتية:

١ - وزنها إلى أسفل ويساوي mg

٢- دفع السائل إلى أعلى ويساوي وزن حجم الكرة من السائل.

$$F_1 = \frac{1}{3}\pi r^3 \rho g$$

حيث r نصف قطرة الكرة ρ كثافة السائل.



(شكل ٧-١٦)

٣- قوة ممانعة السائل لحركة الكرة وهي التي تنشأ عن لزوجته وتعمل هذه القوة إلى أعلى.

ولإيجاد قيمة قوة الممانعة للحركة ق٢ استخدم ستوكس التحليل بالأبعاد.

نفرض أن F_2 تتوقف عل كل من نصف قطر الكرة r ولزوجة السائل وكذلك على السرعة النهائية υ.

$$F_2 = C.r^{\alpha}\eta^{\beta}\upsilon^{\gamma}$$

وتصبح معادلة الأبعاد هي:

$$MLT^{-2} = L^{\alpha}(ML^{-1}T^{-1})^{\beta}(LT^{-1})^{\gamma}$$

$\beta =$ ١

$\alpha - \beta + \gamma =$ -٢

$- \beta - \gamma =$ -٢

وبحل المعادلات نجد أن

$\alpha = ١$ ، $\beta = ١$ ، $\gamma = ١$

أي إن

$$F_2 = C.\ r\ \eta \upsilon$$

وقد أثبت ستوكس أن قيمة الثابت العددي $C = 6\ \pi$

أي إن

$$F_2 = 6\ \pi\ r\ \eta \upsilon$$

عندما يكون سقوط الكرة بسرعة منتظمة تتزن القوى المؤثرة على حركتها حسب قانون نيوتن الأول.

أي إن:

$$mg - F_1 + F_2$$

$$\frac{4}{3}\pi r^3 \sigma g = \frac{4}{3}\pi r^3 . pg + 6\pi r \eta \upsilon$$

حيث σ هي كثافة مادة الكرة

$$\frac{4}{3}\pi r^3 = (\sigma - \rho) g = 6\pi r \eta \upsilon$$

أي إن

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{gr^2}{\upsilon}(\sigma - \rho) \dots\dots\dots\dots (7\text{-}18)$$

من هذه المعادلة يمكن إيجاد معامل لزوجة السائل η بمعرفة ρ, σ, υ وبقياس السرعة النهائية بستجيل زمن سقوط الكرة مسافة معينة d في بعد الوصول إلى سرعتها النهائية، وتكون $\upsilon \frac{d}{t}$

ويمكن بهذه الطريقة مقارنة لزوجة سائلين بقياس السرعة النهائية للكرة في كل منهما ولتكن υ_2, υ_1.

$$\therefore \eta_1 = \frac{2gr^2}{\upsilon_1}(\sigma - p_1) \quad \text{للسائل الأول}$$

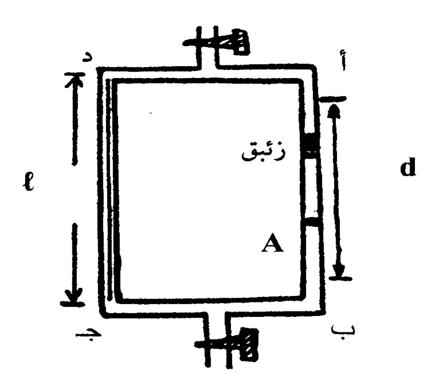
للسائل الثاني $\therefore \eta_2 = \frac{2gr^2}{\upsilon_2}(\sigma - p_2)$

وبالقسمة $\frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}\left(\frac{\sigma - \rho_1}{\sigma - \rho_2}\right)$

وبمعرفة كثافتي السائلين ρ_2 ،ρ_1 يمكن مقارنة لزوجتيهما.

٧ – ١٣ طريقة رانكين لقياس لزوجة الغازات:

يستخدم قانون بواسي لتعيين معامل اللزوجة لغاز باستخدام جهاز رانكين. ويتركب من أنبوتين ا ب، جـ د متصلتين كما في شكل (٧–١٧) ويحتويان على الغاز تحت الاختبار. الأنبوبة جـ د شعرية المقطع وطولها ل بينما الأنبوبة ا ب واسعة نسبياً بها شريط قصير من الزئبق يتحرك رأسيًا إلى أسفل عندما يوضع الجهاز في وضع رأسي. عندما يتحرك شريط الزئبق بدفع الغاز المحبوس داخل الأنابيب للسريان داخل الأنبوبة الضيقة جـ د وتتوقف سرعة هبوط الزئبق على لزوجة الغاز داخل الأنابيب.



(شكل ٧–١٧)

نفرض أن A هي مساحة مقطع الأنبوبة ا ب.

عند حركة شريط الزئبق يؤثر بضغط قدره $P\frac{mg}{A}$ على الغاز بالداخل فيجعله يسري في الأنبوبة جـ د.

إذا كان t هو زمن سقوط شريط الزئبق مسافة d فإن حجم الغاز المار في جـ د في وحدة الزمن هو $V = \frac{dA}{t}$ وباستخدام قانون بواسى:

$$V = \frac{\pi r^4}{8\eta\ell}.P$$

ومنه

$$\frac{A\ell}{t} = \frac{n r^4}{8\eta\ell}$$

$$\eta = \frac{\pi r^4 t}{8d\,\ell A}\left(\frac{mg}{A}\right)$$

حيث r هو نصف قطر الأنبوبة الشعرية جـ د.

٧-١٢ السرعة الحرجة وعدد رينولدز:

تنطبق جميع القوانين والقواعد السابق ذكرها في حركة السوائل على تلك السوائل التي تتحرك حركة خطة غير دوامية. ومن المعروف أنه إذا زيدت سرعة السائل عن حد معين تظهر مركبة لحركة السائل في اتجاه عمودي على اتجاه التدفق وهذه المركبة تكون صفرية دائماً في الحركة الخطية. ويتسبب عن وجود هذه المركبة حركة دوامية تمتص جزءاً من طاقة حركة السائل.

ولإيجاد قيمة السرعة للسائل التي ينتقل بعدها من حركة خطية إلى حركة دوامية نستخدم نظرية الأبعاد.

تتوقف قيمة السرعة الحرجة ع على كل من لزوجة السائل η وكثافة 8 ونصف قطر الأنبوبة υ التي يتدفق داخلها السائل.

$$\therefore \upsilon = C\eta^{\alpha}\rho^{\beta}r^{\gamma}$$

لكن أبعاد η هي $ML^{-1}T^{-1}$، ρ هي ML^{-3}

$$\therefore LT^{-1} = (ML^{-1}T^{-1})^{\alpha}.(ML^{-3})^{\beta}.L^{\gamma}$$

∴α + β = صفر

، - α ٣- β + 8 = ١

، - α= -١

- ∴ $\alpha = -1$ ، $\beta = -1$ ، $\delta = -1$

وتصبح المعادلة هي:

$$\upsilon = C.\eta\rho^{-1}r^{-1} = C\left(\frac{\eta}{\rho.r}\right)$$

حيث C هو ثابت يطلق عليه عدد رينولدز نسبة إلى أول شخص اكتشف هذه العلاقة. وتقدر قيمته في حالة الأنابيب الضيقة حوالي ١٠٠٠ .

تمارين:

١ - يتسرب الماء من ثقب مساحته ٠,٥ سم٢ موجود في جدار خزان به ماء بحيث كان ارتفاع الماء عن الثقب ١٠٠ سم، أوجد سرعة الماء المنسكب وكذلك حجم الماء الذي يتسرب في الساعة بفرض أن ارتفاع الماء في الخزان ثابت طول الوقت.

٢ - احسب السرعة النهائية لكرة من الحديد نصف قطرها ٠,٢ سم تسقط في حوض جلسرين كثافته ١,٢ جم/ سم٣ ومعامل لزوجته ٨,٣ بواز؟ علماً بأن كثافة الحديد ٨جم/ سم٣ (جـ=٩٨٠سم/ ثانية٢).

٣- فقاعة هوائية قطرها ١مم ترتفع إلى أعلى في سائل معامل اللزوجة له ١٥٠ بواز وكثافته ٠,٨ جرام/ سم٣. أوجد السرعة النهائية للفقاعة.

ماذا تكون هذه السرعة إذا كان السائل هو الماء؟

(كثافة الهواء ٠,٠٠١٣جم/ سم٣ ومعامل لزوجة الماء ٠,٠١ بواز)

(الجواب ٠,٠٠٣٣ سم/ ثانية، ٥٥سم/ ثانية)

٤ - أنبوبة شعرية طولها ٥٠ سم ونصف قطرها الداخلي ٠,٢ مم تتصل وهي في وضع أفقي بأسفل مستودع أسطواني مساحة مقطعة ١٠ سم٣ مملوء بالماء. أوجد الزمن اللازم لكي ينخفض سطح الماء في الإناء من ارتفاع ١٠٠سم إلى ٥٠ سم فوق مستوى الأنبوبة. (معامل لزوجة الماء = ٠,٠١، لو هـ ١٠=٢,٣)

الحل: يتغير ارتفاع سطح الماء في الخزان وكذلك ضغط السائل فوق الأنبوبة من الزمن.

نفرض أن بدء قياس زمن التدفق كان عند الارتفاع ١٠٠ سم لسطح السائل. بعد زمن t ثانية

dx

x

٥٠ سم

(شكل ٧-١٨)

يصبح السطح على الارتفاع x من الأنبوبة. اعتبر شريحة من سائل المستودع سمكها dx وحجمها Adx حيث A هو مساحة مقطع الإناء

نفرض أن زمن خروج هذه الكمية من السائل من الأنبوبة هو dt. باستخدام معادلة بواسي للزوجة السوائل يكون معدل التدفق V هو:

$$V = A\frac{dx}{dt} = \frac{\pi r^4}{8\eta\ell}.P$$

لكن $P = x.\ 1.g$ وباعتبار كثافة الماء = ١

$$A\frac{dx}{dt} = \frac{\pi r^4}{8\eta\ell}.g\,x$$

$$\therefore \frac{dx}{x} = \frac{\pi r^4 g}{8\eta\ell A}dt$$

وبالتكامل نحصل على

$$\ell n\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = \frac{\pi r^4 g}{8\eta\ell A}$$

وبوضع x_1 = ١٠٠سم، x_2 = ٥٠ سم نحصل على الزمن المطلوب

∴ ℓn (١٠٠ / ٥٠) = (٣,١٤ × ٠,٠٢)^٤ × ٩٨٠ / (٨× ٠,٠١ × ٥٠× ١٠)

∴t= ٥٦٢٩٠ ثانية

= ١٥,٦ ساعة

٥- أنبوبة أفقية مساحة مقطعها عند طرفيها هما ٤، ٢سم٢ على الترتيب تتصل من طرفها المتسع بإناء عند نقطة تبعد ٤٠ سم أسفل سطح الماء بالإناء. احسب سرعة الماء عند كل من طرفيها وكذلك معدل التدفقي بفرض ثبوت مستوى سطح الماء في الإناء.

٦- أوجد القدرة الميكانيكية لقلب شخص إذا علم أنه يدفع الدم بمعدل ١٠٠ سم وأن ضغط الدم ١٢٠ مم زئبق.

***

الجزء الثاني
الحرارة
والديناميكا الحرارية

الباب الثامن
الحرارة وقياسها

٨ - ١ مصادر الطاقة الحرارية :

للطاقة الحرارية عدة مصادر أساسية هي:

١ - التفاعلات الكيميائية: فعندما تتحد مادتان كيميائياً ينتج عادة عن هذا التفاعل امتصاص أو انطلاق للحرارة. فالحرارة الناشئة عن حرق الوقود الكيميائي هي في الواقع نتيجة لتفاعل كيميائي بين مادة الوقود وأوكسجين الهواء.

٢ - الطاقة الميكانيكية: تتولد الطاقة الحرارية من الطاقة الميكانيكية إما عن طريق الاحتكاك الخارجي أو الداخلي للأجسام المتحركة أو عندما تتصادم بعضها مع بعض.

٣- الطاقة الكهربائية: إذا أمررنا تياراً كهربائياً في سلك مقاومة، نتج عن ذلك تسخين مما يدل على تحويل الطاقة الكهربائية إلى حرارة.

٤ - الطاقة النووية: تؤدي التفاعلات النووية إلى إنتاج طاقة حرارية هائلة نتيجة لتحويل جزء صغير من كتلة المادة المتفاعلة إلى طاقة ويتم ذلك عند اتحاد أو انشطار نوى المواد المتفاعلة نوويًا. وقد حدد أينشتين العلاقة بين كتلة المادة التي تختفي وكمية الطاقة التي تتحرر نتيجة لذلك - بقانونه المشهور:

الطاقة المتحررة = الكتلة × مربع سرعة الضوء.

٥- الطاقة الشمسية: وهي نوع من الطاقة النووية إذ من المعروف حاليًا أن الحرارة المشعة من الشمس هي في الواقع نتيجة تفاعل نووي تتحرر بواسطته كميات كبيرة من الطاقة تؤدي إلى رفع درجة حرارة الشمس وتصبح بذلك مصدراً مشعاً للحرارة.

٨ - ٢ درجة الحرارة وقياسها :

تحدد درجة الحرارة لجسم ما المستوى له وتختلف اختلافاً بيناً عن كمية الحرارة المخزونة به والتي تحددها كمية الطاقة الميكانيكية المصاحبة لحركة الجزيئات التي يتكون

منها الجسم. فإذا أعطينا كمية معينة من الحرارة إلى كتلتين مختلفتين من نفس المادة فإننا نجد أن إحساسنا بسخونة الجسم ذي الكتلة الصغيرة أكبر منه في الكتلة الكبيرة. هذا الإحساس بالسخونة أو البرودة هو الذي نعبر عنه بدرجة الحرارة. ويصاحب عادة التغير في درجة حرارة جسم ما تغيرات في خواصه الطبيعية من أهمها:

١ - التغير في أبعاد الجسم (ظاهرة التمدد).

٢ - التغير في الضغط عند حفظ الحجم ثابتاً (كما يحدث بوضوح في حالة الغازات).

٣- التغير في المقاومة الكهربائية.

٤ - التغير في القوة الدافعة الكهربائية الناتجة عن تلامس فلزين.

٥ - التغير في الإشعاع الصادر من سطح الجسم (تغير طول الموجة المشعة).

ولما كان قياس هذه التغيرات الطبيعية بدقة كبيرة أمراً ميسوراً لذلك نتخذها عادة وسيلة لقياس المستوى الحراري للأجسام أي درجة حرارتها. وتسمى أجهزة قياس درجة الحرارة بالترمومترات.

مقاييس درجة الحرارة نوعان: مقياس نسبي ومقياس مطلق. المقياس النسبي كالمقياس المئوي أو الفرنهيتي ويعتمد هذ النوع على الماء كمادة أساسية حيث تؤخذ نقطتا التجمد والغليان له كدرجتين قياسيتين. ويقسم التغير في أي من الخواص الطبيعية المصاحبة للتغير بين هاتين الدرجتين إلى عدد معين من الأقسام ويسمى كل قسم منها بالدرجة. وفي المقياس المئوي يكون عدد هذه الأقسام ١٠٠ قسم ما بين غليان الماء وتجمده كما يؤخذ صفر المقياس على أنه نقطة تجمد الماء. أما في المقياس الفهرتهيتي فيقسم نفس هذا التغير إلى ١٨٠ قسما وتقابل درجة تجمد الماء ونقطة غليانه على هذا المقياس الدرجتين ٣٢ ° ٢١٢ ° فهرنيت على الترتيب. وبذلك تعادل الدرجة على المقياس الفهرنهيتي ٥/ ٩ من الدرجة على المقياس المئوي وتحدد العلاقة بين الدرجة المئوية T C° والدرجة الفهرنهيتية F بالمعادلة.

$$T = \frac{5}{9}(F - 32)$$

وفي سنة ١٨٤٨ عرف كلفن المقياس المطلق لدرجة الحرارة والذي لا يعتمد على

طبيعة أي مادة قياسية. فقد اعتبر أن الطاقة الحرارية المخزونة داخل الجسم هي نفسها التي يجب أن تحدد مستواه الحراري واعتبر درجة الصفر على المقياس المطلق هي الدرجة التي تتلاشى عندها تماماً كمية الطاقة المخزونة داخل الجسم هي نفسها التي يجب أن تحدد مستواه الحراري واعتبر درجة الصفر على المقياس المطلق هي الدرجة التي تتلاشي عندها تماماً كمية الطاقة المخزونة داخل الجسم. وقد أثبت أن هذه الدرجة تناظر درجة ٢٧٣,١٦° م على المقياس المئوى ويبين شكل (٨-١) مقارنة بين المقاييس المختلفة لدرجة الحرارة.

(شكل ٨-١)

٨ - ٣ أنواع الترمومترات:

١- الترمومترات الزئبقية: (mercuric thermometer)

تعتمد على خاصية التمدد لقياس درجة الحرارة. ويستخدم الزئبق كمادة ترمومترية وذلك لما يتميز به على السوائل الأخرى. إذ يغلى في درجة ٣٥٦,٧°م ويتجمد في درجة - ٣٨,٩°م. وهو بذلك يسمح بقياس درجات الحرارة في المدى المتسع نسبياً من نقطة تجمده إلى نقطة غليانه. كما أن كبر معامل تمدده الحجمي (٠,٠٠١٨ لكل درجة) يسهل معه قياس التغير في حجمه برفع درجة الحرارة. وهو أيضاً سائل معتم تسهل معه الرؤية في الأنابيب الزجاجية.

يتركب الترمومتر الزئبقي المعتاد من مستودع زجاجي رقيق الجدران مملوء بالزئبق ويتصل بأنبوبة شعرية دقيقة ومنتظمة المقطع ومقفلة من طرفها العلوي. عندما ترتفع

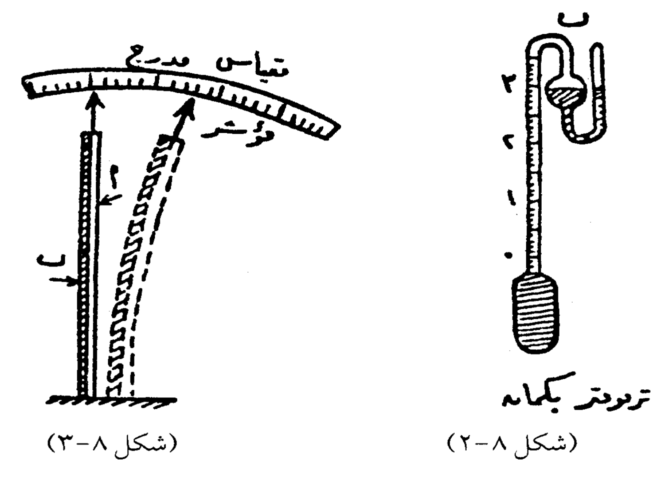
درجة الحرارة الترمومتر يتمدد الزئبق في المستودع فيرتفع شريط منه في الأنبوبة الشعرية. ولمعايرة الجهاز يوضع في جليد مجروش في درجة الصفر المئوى ثم في ماء يغلي في درجة ١٠٠ °م ويحدد ارتفاع شريط الزئبق في الأنبوبة الشعرية في كل من الحالتين ثم تقسم المسافة بينهما إلى مائة قسم يعادل كل منها درجة واحدة مئوية. ومما يجدر ملاحظته أن حركة شريط الزئبق في هذا الترمومتر هي نتيجة للتمدد الظاهري للزئبق وهو الفرق بين التمدد الحقيق له وتمدد الزجاج.

٢- ترمومتر بكمان:

يستخدم ترمومتر بكمان لقياس التغيرات الصغيرة في درجة الحرارة. ويتركب كما في الشكل (٨-٢) من مستودع للزئبق ذو حجم كبير نسبيًّا ويتصل بأنبوبة شعرية ذات مقطع دقيق جدًّا حتى أن الزيادة في درجة الحرارة بمقدار درجة واحدة مئوية تحرك الزئبق في ساق الترمومتر حوالي ٤سم. وتقسم هذه المسافة إلى مائة قسم فتكون بذلك حساسية الترمومتر هي ٠,٠١ °م ويدرج ساقه عادة إلى عدد قليل من الدرجات فقط كما هو موضح بشكل (٨-٢).

ولكي يمكن استخدام الجهاز لقياس التغيرات في درجة الحرارة على مدى متسع من الدرجات يستخدم مستودع ثان ب عند النهاية العليا لساق الترمومتر لكي يستقبل الزائد من الزئبق المتمدد من المستودع الأصلي إذا ما رفعت درجة حرارته وامتلأ الساق بالزئبق المتمدد. لإعداد الترمومتر للاستعمال عند درجة معينة يسخن مستودعه لدرجة أعلى قليلاً من هذه الدرجة فيتمدد الزئبق ويملأ الساق وينسكب الزائد من الزئبق في المستودع ب ثم عندما يترك الترمومتر ليبرد ينقطع شريط الزئبق عند مدخل المستودع العلوي وبذلك يكون المتبقي من الزئبق في المستودع ا كافياً لتحريك شريط الزئبق في ساق الترمومتر عند درجة الحرارة التي يراد قياس التغير عندها.

وعندما يراد إعداد الترمومتر لاستخدامه في درجات حرارة منخفضة ترفع درجة حرارة المستودع ا حتى يتصل الزئبق في المستودعين ثم يبرد باحتراس فينكمش الزئبق داخله ساحبًا وراءه كمية من زئبق المستودع ب. ثم يعد الترمومتر للدرجة المطلوبة كما سبق.



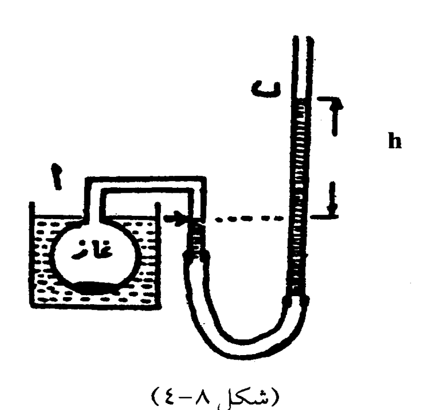
(شكل ٨-٢) (شكل ٨-٣)

٣- الترمومتر المعدني (metallic thermometers)

يتركب الترمومتر المعدني من شريطين من المعدن ا، ب (شكل ٨-٣)، ملتصقين تماماً ويختلف معامل تمددهما اختلافاً كبيراً. فإذا كان معامل التمدد الشريط ب أكبر من معامل تمدد ا وإذا ارتفعت درجة الحرارة يزداد طول ب عن ا وينتج عن ذلك تقوس في الشريطين الملتصقين من جهة الشريط ا ذى التمدد الأقل. يثبت عادة أحد طول المجموعة ويوضع مؤشر على الطرف الآخر ليتحرك على مقياس مدرج. وتؤخذ حركة المؤشر، نتيجة تقوس الشريطين بارتفاع درجة الحرارة. كمقياس لهذه الدرجة. ولمعايرة الجهاز تستخدم أوساط ذات درجات حرارة معلومة وبذلك يدرج المقياس ليقرأ درجات حرارة مباشرة.

٤- الترمومتر الغازي: gas thermometer

يستخدم في الترمومتر الغازي خاصية التغير في ضغط أحد الغازات التي تقترب حالتها من حالة الغاز المثالي عندما ترتفع درجة الحرارة. وهذا النوع من الترمومترات أميز من الترمومترات الزئبقية إذ بواسطته يمكن قياس درجات حرارة على مدى متسع جدًّا من- ٢٠٠° إلى ١٥٠٠°م.



(شكل ٨-٤)

ويتركب الترمومتر الغازي ذو الحجم الثابت كما في شكل (شكل ٨-٤) من فقاعة زجاجية ا تحتوي على الغاز وتتصل بأنبوبة شعرية تنتهي بمانومتر زئبقي م. لمعايرة الترمومتر يوضع مستودعه في جليد مجروش لحفظ الغاز عند درجة الصفر المئوي ثم يعدل وضع الفرع المتحرك ب للأنبوبة المانومترية حتى يصبح الزئبق في الأنبوبة الشعرية أمام علامة ثابتة ويعين عندئذ ضغط الغاز الذي يساوي الضغط الجوي P_o مضافاً إليه ارتفاع عمود الزئبق h. (يطرح من الضغط الجوي الارتفاع ع في حالة انخفاض سطح زئبق الأنبوبة ب عن العلامة الثابتة) أي إن:

$$P = P_o + h$$

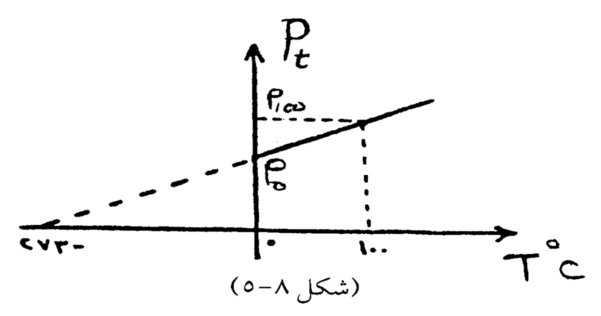
ويوضع ماء يغلي حول مستودع الترمومتر وبتكرار ما سبق لتثبيت حجم كمية لغاز المحبوس نعين الضغط عند درجة ١٠٠ °م وهو

$$P_{100} = P_o + h_{100}$$

وبتطبيق قانون شارل في الغازات والذي ينص على أن ضغط الغاز يتناسب طردياً مع درجة حرارته عند ثبوت حجمه يمكن إيجاد معامل زيادة الضغط بدرجة الحرارة.

لإيجاد درجة حرارة مجهولة يقاس بنفس الطريقة السابقة ضغط الغاز P_t عند هذه الدرجة T °C تحت نفس الحجم وتكون بذلك هذه الدرجة المجهولة:

$$T_c = \frac{P_t - P_o}{P_{100} - P_o} \times 100$$



(شكل ٨-٥)

نلاحظ أنه إذا رسمت العلاقة بين ضغط الغاز الفعلي ودرجة حرارته شكل (٨-٥) نحصل على خط مستقيم يقطع امتداده محور الحرارة في نقطة هي درجة الصفر المطلق أي عند حوالي -٢٧٣°م.

ومن مميزات هذا النوع من الترمومترات شدة حساسيتها وذلك بالنسبة لكبر معامل تمدد الغازات؛ ولكنه لا يصلح عادة لقياس درجة حرارة حيز صغير بالنسبة لكبر حجم مستودعه.

٥- ترمومتر المقاومة البلاتيني: Platinum thermometer

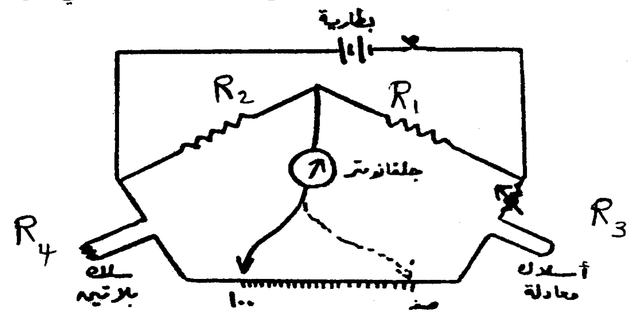
تتغير مقاومة موصل معدني مع درجة حرارته تبعاً للمعادلة التقريبية.

$$R_t = R_O\ (1+\alpha t)$$

حيث R_t, R_o هي مقاومته عند درجة (O,T) على الترتيب، α هو معامل زيادة المقاومة بدرجة الحرارة. وتستخدم هذه الظاهرة في الترمومتر البلاتيني لقياس درجات الحرارة المجهولة.

يتركب الترمومتر البلاتيني من سلك رفيع من البلاتين ملفوف على إطار من الميكا العازل وموضوع داخل أنبوبة رقيقة الجدران مصنوعة من الفضة لحماية السلك البلاتيني الذي يتصل طرفاه بجهاز دقيق لقياس المقاومة يتركب عادة من قنطرة هويتستون (شكل ٨-٦) يوضع السلك البلاتيني كأحد أنوعها ثم يوجد وضع الاتزان وعدم انحراف الجلفانومتر ومنه يمكن حساب قيمة مقاومة السلك بدلالة مقاومة باقي أذرع القنطرة.

ولمعادلة التغير الناشئ في مقاومة أسلاك توصيل الترمومتر البلاتيني الموضوع داخل



(شكل ٨-٦)

الوسط الساخن يوضع في ذراع القنطرة المقابل للترمومتر أسلاك معادلة تماثل تماماً أسلاك التوصيل للسلك البلاتيني وتوضع هي الأخرى في نفس الوسط الساخن حتى تتغير مقاومتها بنفس المقدار كأسلاك توصيل سلك البلاتين وبذلك يكون مقدار التغير في المقاومة الذي تسجله قنطرة هو يتستون ناشئ فقط عن تغير مقاومة البلاتين مع درجة الحرارة.

لمعايرة الترمومتر البلاتيني يوضع سلكه في درجتي حرارة معلومتين — انصهار الجليد وغليان الماء مثلا- ثم تقاس مقاومته عندهما ولتكن R_o, R_{100} ثم يوضع الترمومتر في الوسط ذي الحرارة المجهولة $T\ ^\circ C$ وتعيين مقاومته بنفس الطريقة السابقة ولتكن R_t وبذلك يمكن إيجاد الدرجة t من المعادلة:

$$\frac{R_t - R_o}{R_{100} - R_o} \times 100$$

ويمكن معايرة الجهاز ليعطي درجات الحرارة المجهولة مباشرة دون الاحتياج إلى إجراء الحساب السابق للمقاومات وذلك باستخدام سلك مقاومة ا ب كالموجود بالقنطرة المترية ثم تعين عليه مواضع الاتزان عندما يوضع الترمومتر في درجتين معلومتين (صفر، ١٠٠° مثلا) ثم تقسم المسافة بينهما إلى مائة قسم يناظر كل قسم منها درجة واحدة

مئوية. وبذلك يمكن قراءة درجة الحرارة المجهولة مباشرة بمجرد إيجاد الاتزان على السلك اب .

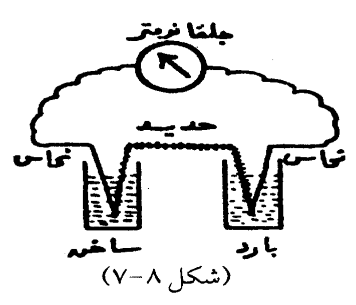
٦- ترمومتر الازدواج الحراري:

اكتشف سيبك سنة ١٨٢١ الخاصة الكهر- حرارية.

فقد وجد أنه عندما يتصل فلزان مختلفان كالنحاس والحديد مثلا على شكل ازدواج كالمبين بشكل (٨-٧) تتولد قوة دافعة كهربائية عندما ترتفع درجة حرارة أحد الوصلتين بينما تحفظ الأخرى باردة. وتتوقف شدة التيار الناتج والذي يسجله الجلفانومتر الموجود بالدائرة الكهربائية على فرق درجات الحرارة بين الوصلتين. فإذا وضعنا الوصلة الباردة في جليد مجروش ورفعنا درجة حرارة الوصلة الأخرى فإن الجلفانومتر يسجل انحرافاً يتناسب طرديا مع درجة الحرارة المئوية للوصلة الساخنة بشرط ألا يكون هذا الارتفاع كبيراً.

ويعاير انحراف الجلفانومتر ليعطي درجات حرارة مباشرة بوضع الوصلة الساخنة في ماء يغلي ويعين الانحراف الناشئ عن كل ارتفاع في درجة الحرارة قدرة الوحدة. وعند استعمال هذا الترمومتر توضع الوصلة الساخنة في الوسط المجهول ثم يعين الانحراف الحادث في الجفانومتر وبذلك تتعين درجة الحرارة المطلوبة.

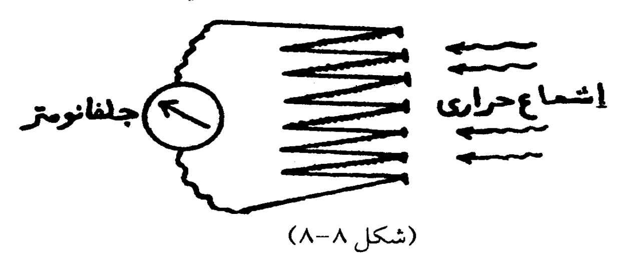
يستخدم هذا النوع من الترمومترات لقياس التغيرات الصغيرة في درجة الحرارة وذلك لشدة حساسيته ولصغر سعته الحرارية إذ إن كمية الحرارة التي تلزم لرفع درجة حرارة مستودع الترمومتر (الوصلة الكهربائية في هذه الحالة) إلى درجة حرارة الوسط المجهول تكون صغيرة جدًّا لا تؤثر على درجة الوسط نفسه خاصة إذا كان محدوداً.



(شكل ٨-٧)

٧- الثرموبيل: Thermoplie

هو نوع من ترمومترات الازدواج الحراري يستخدم في قياس الإشعاع الحراري. ويتركب من مجموعة كبيرة من الازدواجات متصلة على التوالي كما مبين بشكل (٨-٨).



(شكل ٨-٨)

ويتصل طرفاها بجلفانومتر حساس. عندما تعرض الوصلات الأمامية لإشعاع حراري ترتفع درجة حرارتها بينما لا تتغير درجة حرارة الوصلات الخلفية إذ إنها محفوظة داخل الجهاز بعيداً عن الإشعاع. بسبب الفرق في درجة الحرارة بين الوصلات الأمامية والخلفية تياراً كهربائياً ينتج عنه انحراف الجلفانومتر بمقدار يتناسب مع شدة الإشعاع الساقط.

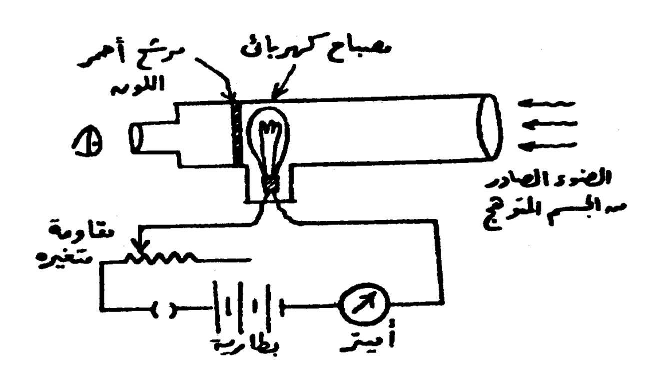
٨- البيرومتر الضوئي: Optical pyrometer

يستخدم البيرومتر الضوئي في قياس درجات الحرارة المرتفعة جدًّا -- فمن المعروف أنه عندما يسخن جسم لدرجة عالية يبدأ لونه في الاحمرار ثم يبيض ويتوهج عند الدرجات المرتفعة جدًّا. هذا التغير في لون الجسم من اللون المعتم إلى الاحمرار إلى الأبيض يدل على أن درجة الحرارة تتحكم في طول الموجة الضوئية المشعة من الجسم. تقل أطوال هذه الموجات كلما ارتفعت درجة الحرارة.

يتركب البيرومتر الضوئي كما في شكل (٨-٩) من تلسكوب يوجد بداخل قصبته مرشح ضوئي أحمر اللون ومصباح كهربائي صغير يتصل بدائرة كهربائية مكونة من بطارية وأميتر ومقاومة متغيرة.

إذا نظرنا داخل التلسكوب جهة الجسم الساخن أو الفرن المراد إيجاد حرارته فإن مجال الرؤية يكون مضيئًا باللون الأحمر وذلك بالنسبة لوجود المرشح الضوئي في طريق

الأشعة. ويرى في الوقت نفسه فتيل المصباح الكهربي كخط معتم في مجال الرؤية. إذا أمررنا تياراً كهربائياً في المصباح ورفعنا شدته تدريجيا باستخدام المقاومة المتغيرة يبدأ فتيل المصباح في التوهج وتصل إلى وضع يتعذر فيه تماماً رؤية فتيل المصباح وذلك عندما تكون حرارة الفتيل هي نفس درجة حرارة الجسم الساخن. إذا زيدت شدة التيار عن هذا الحد يبدأ ظهور الفتيل كخط مضيء وليس معتماً كما كان قبل ذلك.



(شكل ٨-٩)

ولمعايرة الجهاز لقراءة درجة الحرارة نستخدم أجساماً لها درجة حرارة معلومة ويدرج الأميتر بدائرة المصباح ليعطي الدرجة مباشرة. ويستخدم هذا النوع من الترمومترات في المصباح لتقدير درجة حرارة الأفران العالية.

تمارين:

١ - اشرح الفرق بين المقياس المئوي والمقياس المطلق لدرجة الحرارة. وجد أن حجم كمية معينة من غاز تزداد بنسبة ١,٠٣٥ : ١ بين درجتي ١٥، ٢٥ °م. احسب درجة الصفر المطلق على المقياس المئوي لهذا الغاز.

٢ - ترمومتران زئبقيان مصنوعان من نفس الزجاج ولها مستودعان كريان النسبة بين قطريهما ٣ : ٢ والنسبة بين القطرين الداخليين لساقيها هي ٢ : ٣ على الترتيب. ما هي

النسبة بين ارتفاعي عمودي الزئبق في الساقين المناظرين لدرجة حرارة واحدة.

٣- ترمومتر بلاتيني مقاومة ٢,٥٦ أوم في درجة المئوي، ٣,٥٦ أوم في درجة ١٠٠ْم. وضع في وسط مجهول الدرجة فسجل الترمومتر مقاومة مقدارها ٦,٧٨ أوم. أوجد درجة حرارة الوسط.

٤- تومومتر زئبقي يحتوى على ٢سم٣ من الزئبق في درجة الصفر المئوي والمسافة بين النقطتين الثابتتين للماء على مسافة هي ١٥سم. احسب نصف قطر أنبوبته الشعرية عند درجة الصفر المئوي.

٥- درجة الصفر المطلق على المقياس المئوي- ٢٧٣مْ. أوجد قيمتها على المقياس الفهرنهيتي.

***

الباب التاسع
المادة والحرارة

٩ – ١ طبيعة الحرارة:

كان الاعتقاد قديماً بأن الحرارة عبارة عن سائل شفاف لا وزن له يتنافر مع نفسه اسمه «كالوريك» وينتقل من الأجسام الساخنة للباردة. وظل هذا الاعتقاد سائداً حتى منتصف القرن التاسع عشر عندما أعلنت نظرية بقاء الطاقة والتي تنص على أن الطاقة لا تفنى ولا تستحدث وأن الحرارة هي نوع من أنواع الطاقة مثلها مثل طاقة الحركة وطاقة الوضع. وقد دلت المشاهدات في ذلك الحين على إمكانية تحويل أنواع الطاقة المعروفة إلى حرارة كما يوجد تناسب بسيط بينها.

٩ – ٢ تركيب المادة:

ثم ظهرت النظرية الجزيئية للمادة ونظرية الحركة في الغازات وعرف أن المادة تتركب من جزيئات متناهية في الصغر دائمة الحركة. وجزيئات المادة الواحدة متماثلة ولها نفس التركيب والكتلة والخواص الميكانيكية والطبيعية. وكان من أهم دعامات هذه النظرية خاصية الانتشار في الأجسام المختلفة. فإذا أحضرنا لوحين من فلزين نقيين أ ، ب ثم ضغطا متلامسين لمدة طويلة فإننا نجد أن ذرات المادة أ قد انتقلت إلى اللوح ب والعكس بالعكس. ويمكن الاستدلال على ذلك بواسطة التحليل الكيميائي الدقيق. والانتشار في السوائل أسهل منه في الأجسام الصلبة.

أما في الغازات فيتم بسرعة كبيرة لدرجة أنه يمكنك أن تشم رائحة زجاجة عطر بعد ثوان من فتحها وأنت على بعد أمتار منها. وبالرغم من هذه الحركة المستمرة لجزيئات المادة توجد بينها قوى جزيئية تمنعها من الانفصال وتحفظها في وضع الاتزان وتقل هذه القوى إذا انتقلنا من الحالة الصلبة للمادة إلى الحالة السائلة. أما في الحالة الغازية فهذه القوى من الصغر بحيث تصبح هذه الجزيئات حرة الحركة تقريباً وهذا يفسر سرعة انتشار الغازات.

بالإضافة إلى الحركة الانتقالية لجزيئات المادة والتي يتسبب عنها ظاهرة الانتشار تتحرك الجزيئات داخل المواد (الصلبة والسائلة على وجه الخصوص) – تحت تأثير القوى الجزيئية– حركة تذبذبية حول مواضع الاتزان لكل جزيء منها وتتوقف سعة هذه الحركة على مقدار الطاقة الداخلية للجسم فكلما ازدادت هذه الطاقة الداخلية بتزويد الجسم من الخارج بطاقة حرارية مثلا ازدادت سعة هذه الذبذبات ويتم بهذه الوسيلة اختزان الجسم لهذه الطاقة على شكل طاقة ميكانيكية.

تعريف كمية الحرارة: Quantity of heat

تسمى وحدة كمية الحرارة بالسعر ويعرَّف: بأنه كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة جرام واحد من الماء درجة واحدة مئوية. وبذلك تكون كمية الحرارة H اللازمة لرفع درجة حرارة كتلة من الماء m حم من درجة $t_1°c$ إلى درجة $t_2°c$

$$H = m \times 1\ (t_2 - t_1)$$

وتعرف السعة الحرارية لجسم ما بأنها كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارته درجة مئوية. وإذا فرضنا وجود كمية من الماء ترتفع درجة حرارتها درجة واحدة مئوية أيضاً إذا أعطيت نفس كمية الحرارة كالتي أعطيت للجسم سميت هذه الكمية بالمكافئ المائي للجسم. وتتوقف السعة الحرارية لجسم ما على طبيعته فالجرام من النحاس له سعة حرارية تختلف عن الجرام من الحديد وهكذا وتسمى السعة الحرارية للجرام الواحد من المادة بالحرارة النوعية لها، أما إذا اعتبرنا وزن جرام جزيء من المادة سميت سعته الحرارية بالحرارة الذرية له. وقد وجد ديولنج وبتي أن الحرارة الذرية لجميع المواد واحدة تقريباً في درجات الحرارة المنخفضة تقل الحرارة الذرية للمادة وتقترب من الصفر كلما اقتربنا من درجة الصفر المطلق.

كمية الحرارة وطرق تعيينها:

يستخدم عادة لتعيين الحرارة النوعية لمادة ما أحد الطرق الآتية والتي يتوقف الاختيار بينها على حالة المادة (صلبة – سائلة – أو غازية)، وكذلك على الكمية التي يمكن الحصول عليها من المادة (كبيرة أو صغيرة).

١ – طريقة الخلط.

٢- طريقة المسعر الجليدي.

٣- طريقة التبريد.

٤- الطريقة الكهربائية.

٥- طريقة التكثيف.

٩-٥ تعيين الحرارة النوعية بطريقة الخلط: Method of mixures

من المعروف أنه إذا تلامس جسمان درجة حرارتيهما مختلفة انتقلت الحرارة من الجسم الساخن إلى الجسم البارد حتى تتساوى درجتاهما. ويطلق على هذا الانتقال للحرارة بالخلط. فإذا فرضنا أن كتلة الجسم الأول m_1 جم ودرجة حرارته $t_1{}^oc$ تكون كمية الحرارة المخزونة بداخله هي $m_1\ s_1\ t_1$ حيث s_1 هي الحرارة النوعية لمادة الجسم. إذا خلطنا حراريا هذا الجسم بآخر كتلة m_2 جم وحرارته $t_2{}^oc$ فإن الحرارة تنتقل من الجسم الساخن وليكن الأول إلى الثاني حتى تتساوى درجتاهما فتصل للدرجة النهائية $t_2{}^oc$ وبتطبيق قانون بقاء الطاقة تكون الحرارة المتكسبة من الجسم البارد = الحرارة المفقودة من الجسم الساخن.

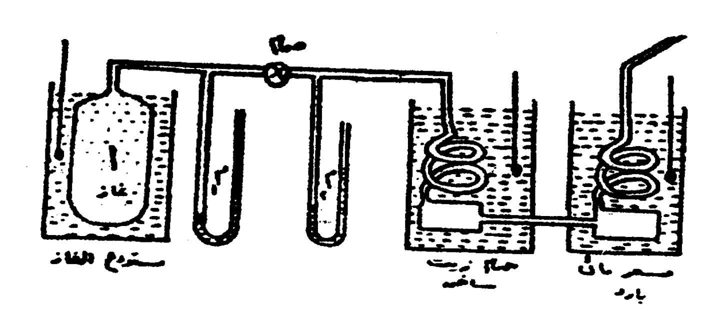
أي إن

$$m_1\ s_1\ (\ t_1 - t\ ) = m_2\ s_2\ (\ t - t_2\ )\ \ldots\ \ldots\ \ldots\ (9\text{-}1)$$

وأهملنا هنا كمية الحرارة المفقودة بالإشعاع للسوط المحيط بالجسمين عند خلطهما. يمكن استخدام هذه المعادلة لإيجاد الحرارة النوعية لجسم ما باستخدام الماء كمادة عيارية حرارتها النوعية الوحدة وتصلح هذه الطريقة عادة في حالة الأجسام الصلبة أو السائلة ويشترط لنجاحها أن تكون السعات الحرارية لكل من الجسمين المخلوطين متقاربة وإلا كان الاختلاف في درجة الحرارة النهائية عن درجة حرارة الجسم ذي السعة الكبيرة صغيراً ويكون خطأ القياس عندئذ كبيراً.

إيجاد الحرارة النوعية لغاز بواسطة الخلط: تعطي الطريقة الآتية الحرارة النوعية لغاز تحت ضغط ثابت SP وفيها نخلط كمية من الغاز الساخن في مسعر به ماء بارد ويتركب والجهاز كما هو مبين بشكل (٩-١) من مستودع ا يوجد به الغاز تحت ضغط مرتفع يمكن

قياسه بواسطة المانومتر م١ .



(شكل ٩-١)

المستودع موضوع داخل ترموستات (جهاز حافظ لدرجة الحرارة) لتثبيت درجة حرارة الغاز داخل المستودع أثناء إجراء التجربة.

يمر الغاز خلال صمام الغرض منه تنظيم مرور تيار ثابت من الغاز داخل أنابيب التسخين والخلط ويقاس ضغط هذا التيار بواسطة المانومتر م٢. ترتفع درجة حرارة الغاز عند مروره داخل الأنابيب المعدنية الموضوعة داخل الحمام الزيتي الساخن ذي الدرجة $t_1{}^oc$ ، ثم ينتقل بعد ذلك إلى أنابيب معدنية أخرى موضوعة داخل مسعر مائي حيث يتم خلط حرارة الغاز والمسعر المائي. فإذا كانت درجة الحرارة الابتدائية للماء هي $t_1{}^oc$ ودرجة الحرارة النهائية هي $t_2{}^oc$ بعد إمرار الغاز الساخن تكون الحرارة المكتسبة من المسعر المائي ومحتوياته = المكافئ المائي له × فرق درجات الحرارة ويساوي المكافئ المائي للمسعر ومحتوياته كتلة المسعر × الحرارة النوعية لمادته مضافاً إلى ذلك كتلة أنابيب الخلط × الحرارة النوعية لها مضافاً إليها كتلة الماء بالمسعر ×١.

الحرارة المفقودة من الغاز =

$$Mc_p\,(t - t_2) \qquad (9\text{-}2)$$

حيث m هي كتلة الغاز المار في الأنابيب أثناء التجربة. وبمساواة الحرارة المكتسبة بالحرارة المفقودة يمكن حساب قيمة الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت.

لتعيين كتلة الغاز m يقاس ضغط الغاز في المستودع بواسطة المانومتر م١ . وذلك عند بدء إمرار الغاز وكذلك بعد الانتهاء من التجربة وليكن الضغطين هما p_1 , p_2 على الترتيب. فإذا فرضنا أن V هو حجم المستودع وأن درجة الحرارة المطلقة للغاز هي T . فبتطبيق القانون العام للغازات يمكن إيجاد حجم غاز المستودع V . عند معدل الضغط ودرجة الحرارة قبل بدء التجربة وذلك من المعادلة:

$$\frac{P_1 V}{T} = \frac{76 \times V}{273} \quad \dots\dots\dots \quad (9\text{-}3)$$

أي إن

$$V'_{o} = V \frac{P_1}{76} \times \frac{273}{T} \dots\dots\dots \quad (9\text{-}4)$$

وبالمثل بمعرفة ضغط الغاز داخل المستودع عند نهاية التجربة يكون حجم ما تبقى من الغاز بالمستودع عند معدل الضغط ودرجة الحرارة هو V_1 . حيث

$$V'_0 = V \frac{P_2}{76} \times = \frac{273}{T} \dots\dots\dots \quad (9\text{-}5)$$

وبذلك يكون حجم الغاز المار في أنابيب الجهاز عند معدل الضغط ودرجة الحرارة هو:

$$(V'_0 - V_0) = V \frac{P_1 - P_2}{76} \times \frac{273}{T} \dots\dots\dots \quad (9\text{-}6)$$

وتكون كتلة هذا الحجم من الغاز m هي حجمه × كثافته P في المعدلين أي إن:

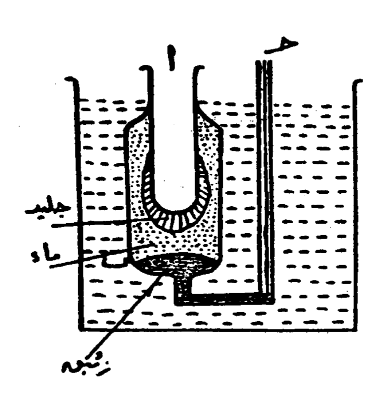
$$m = V(V_o - V'_o)\rho \dots\dots\dots \quad (9\text{-}7)$$

٩-٦ تعيين الحرارة النوعية بمسعر بنزين الجليدي:

تعتمد نظرية المسعر الجليدي لإيجاد الحرارة النوعية لجسم ما على خلط كمية من الجسم بعد تسخينه لدرجة معلومة مع كتلة جليدية ينصهر جزء منها نتيجة للحرارة المكتسبة من الجسم. فإذا أمكن معرفة كتلة الجليد المنصهر تحددت كمية الحرارة التي فقدها الجسم وبالتالي حرارته النوعية. وهذا بفرض معرفة قيمة الحرارة اللازمة لتحويل ١ جم من الجليد في درجة الصفر إلى الماء في نفس درجة الحرارة.

يتركب المسعر الجليدي في صورته المعملية (شكل ٩-٢) من أنبوبة ا يتصل بها كما هو

مبين بالشكل أنبوبة أخرى أوسع منها ب تنتهي من أسفل بأنبوبة شعرية جـ دقيقة المقطع ومثنية على شكل U تملأ أولاً الأنبوبة ب بالماء النقي ثم يستبدل بعض الماء بالزئبق وذلك



(شكل ٩-٢)

بتسخينها حتى يتمدد الماء فينسكب خارج الأنبوبة الشعرية جـ ثم يغمر طرف هذه الأنبوبة في زئبق وعندما يعود الماء في ب ينكمش ساحباً وراءه شريطاً من الزئبق.

يوضع الجهاز في إناء به جليد مجروش لحفظ درجة حرارته ثابتة دائماً عند درجة الصفر المئوي. ثم يوضع في الأنبوبة أ بعض الأثير السائل ويمرر بداخله تيار من الهواء ليتبخر فيمتص بذلك حرارة التبخر من الوسط المحيط به أي من ماء الأنبوب ب . وبما أن هذا الماء أصلا في درجة الصفر فإنه يتجمد ويتكون حول الأنبوبة أ طبقة من الجليد في درجة الصفر أيضاً. وبعد أن يتطاير كل الأثير من أ يصبح الجهاز معداً للاستعمال. ويسخن الجسم المراد تعيين حرارته النوعية إلى درجة الحرارة $t_1°c$ ، ثم يسقط في الأنبوبة أ حيث تنخفض درجة حرارته إلى الصفر وتستهلك الحرارة المفقودة منه في تحويل كتلة m حم من الجليد إلى ماء في نفس الدرجة. فإذا كانت كتلة الجسم m_1 حم وحرارته النوعية s_1 فإن كمية الحرارة التي يفقدها الجسم = $m\, s_1\, t_1$ سعراً، وهذه تساوي كمية الحرارة التي يكتسبها الجليد لينصهر = mL حيث L هي الحرارة الكامنة لانصهار الجليد وتساوي ٨٠ سعراً للجرام الواحد.

ولإيجاد كتلة الجليد المصهور m تستخدم ظاهرة تغير حجم الجليد عندما ينصهر. من المعروف أن الجليد أقل كثافة من الماء إذ يطفو على سطحه فإذا كانت كثافتي الجليد والماء في درجة الصفر هما P_1 , P_2 حم/ سم[٣] على الترتيب يكون حجم الجرام من الجليد في هذه الدرجة هو $\upsilon_1 = \frac{1}{P_1}$

ويسمى الحجم النوعي للجليد ويساوي مقلوب الكثافة.

وبالمثل الحجم النوعي للماء في درجة الصفر هو $\upsilon_2 = \frac{1}{P2}$

أي إن النقص في حجم ١ جم من الجليد عند انصهاره :

$$= \left(\frac{1}{P_1} - \frac{1}{P_2}\right) cm^3$$

فعندما يسقط الجسم الساخن في المسعر وينصهر بعض الجليد يقل حجم السائل في الأنبوبة ب وبذلك يهبط شريط الزئبق في الأنبوبة حـ مسافة h مثلا مسجلا بذلك نقصاً في الحجم مقداره $\pi h \gamma^2$ حيث γ هي نصف القطر الداخلي للأنبوبة الشعرية حـ . وتكون بذلك كتلة الجليد m التي نتج عن انصهارها هذا النقص في الحجم هي:

$$m = \frac{\pi\, r^2 h}{\upsilon_1 - \upsilon_2} = \frac{\pi\, r^2 h}{\left(\frac{1}{P_1} - \frac{1}{P_2}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (9\text{-}8)$$

وبمعرفة m تكون الحرارة المكتسبة من الجليد = m L

حيث L هي الحرارة الكامنة لانصهاره. ولحساب الحرارة النوعية للجسم تستخدم المعادلة: الحرارة المكتسبة = الحرارة المفقودة أي إن:

$$m L = m\, s_1\, t_1$$

٩–٥ طريقة التبريد في تعيين الحرارة النوعية : Method of Cooling

إذا ترك جسم ساخن في الهواء فإنه يبرد بمعدل يتوقف على العوامل الآتية:

١ – طبيعة السطح الساخن المشع للحرارة.

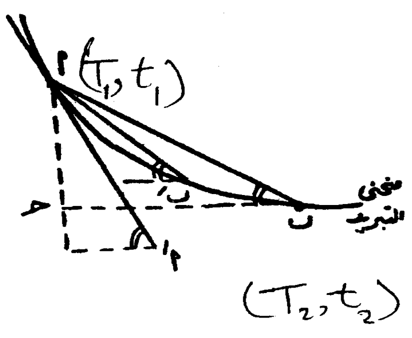
٢ – مساحة هذا السطح.

٣- درجتي حرارة الجسم الساخن والوسط المحيط به.

ويعرف معدل التبريد لجسم بأنه كمية الحرارة المفقودة منه في الثانية ويساوي المكافئ المائي للجسم مضروباً في معدل النقص في درجة حراراته. ويمكن تعيين هذا المعدل في أي لحظة أثناء التبريد وذلك بتسجيل التغير في درجة حرارة الجسم مع الزمن مع رسم ذلك بيانيا لكي نحصل على ما يسمى بمنحنى التبريد للجسم، فإذا اعتبرنا نقطتين مثل أ ، ب (شكل ٩-٣) على منحنى التبريد يمثلان حالة الجسم الحرارية (T_1 , T_2) عند الأزمنة (t_1 , t_2) ، يكون ميل الخط أ ب مساوياً:

$$\frac{T_1-T_2}{t_1-t_2} = \frac{\text{أ ﺟ}}{\text{ب ﺟ}}$$

وهذا يعطي متوسط معدل النقص في درجة حرارة الجسم في المنطقة ما بين درجتي الحرارة T_2, T_1



شكل (٩-٣)

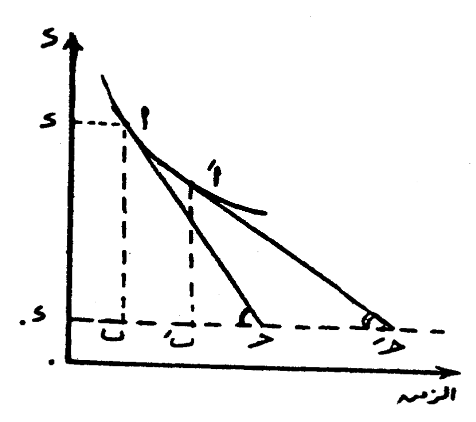
وكلما ضاقت المنطقة بين أ ، ب اقترب ميل الخط أ ب من ميل المماس لمنحنى التبريد عند أ الذي يعطي عندئذ معدل الفقد في درجة الحرارة عند هذه النقطة.

قانون نيوتن للتبريد: Newton's law

وجد نيوتن أن معدل تبريد جسم ساخن يبرد في الهواء يتناسب طردياً مع الفرق بين درجة حرارة الجسم ودرجة حرارة الوسط المحيط به بشرط ألا يكون هذا الفرق كبيراً.

ولتحقيق هذا القانون عملياً سنفرض أولا صحته ثم نختبر صحة النتائج المترتبة على هذا الفرض فإذا جاءت صحيحة كان الفرض سليماً. لذلك نرسم منحنى التبريد لجسم ساخن كما مبين في شكل (٩-٤). ثم نأخذ نقطة عليه مثل أ نرسم عندها مماساً للمنحنى يقطع المحور الذي يبين درجة حرارة الغرفة د . في نقطة مثل جـ ثم نسقط العمود أ ب من النقطة أ على هذا المحور أيضاً .

إذا كانت درجة حرارة النقطة أ هي د°م فإن الفرق بين درجة حرارة الجسم والوسط د – د . = أ ب .



(شكل ٩-٤)

ميل المماس عند أ = $\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}}$ = وهذا يتناسب مع معدل التبريد للجسم عند نقطة أ .

بفرض صحة قانون نيوتن فإن $\frac{\text{معدل التبريد}}{\text{الفرق بين درجة حرارة}}$ = مقدار ثابت

أي إن $\frac{\text{أ ب}}{\text{جـ ب}} \times \frac{1}{\text{أ ب}} = \frac{1}{\text{ب جـ}}$

أي إنه إذا كان القانون صحيحاً فإن مسقط أ جـ على محور درجة حرارة الغرفة د يجب أن يكون مقداراً ثابتاً لا يتوقف على موضع النقطة أ على منحنى التبريد. أي إنه إذا أخذنا

نقطة أخرى مثل أ على المنحنى ورسمنا المماس للمنحنى عند هذه النقطة وأوجدنا مسقطه على المحور د . فإن:

ب حـ = بَ حـَ = بً جـً = مقدار ثابت.

وقد وجد بالتجربة أن هذه النتيجة صحيحة مما يثبت صحة قانون نيوتن للتبريد.

إيجاد الحرارة النوعية لجسم بواسطة التبريد:

سبق أن ذكرنا أن معدل التبريد من جسم ساخن يتوقف على طبيعة سطحه الساخن (حرارته النوعية) ومساحة هذا السطح المشع وارتفاع درجة حرارته عن درجة الغرفة. فإذا أحضرنا مسعرين متماثلين شكلا ومصنوعين من نفس المادة ثم وضعنا بالمسعر الأول حجماً معيناً من سائل أ وفي الثاني الحجم نفسه من سائل ب ، ثم رفعنا درجة حرارتيهما وتركناهما ليبردا في الهواء، يتساوى معدل التبريد لكل منهما عند نفس درجة الحرارة بالرغم من اختلاف الطبيعة الحرارية لكل من السائلين أ ، ب . تستخدم هذه الحقيقة في قياس الحرارة النوعية للسائل مع استخدام الماء كسائل قياسي حرارته النوعية معلومة.

يسخن كل من الماء والسائل بعد وضع حجمين متساويين منهما في المسعرين المتشابهين ثم يرسم منحنى التبريد لكل منهما (شكل ٩-٥) . يلاحظ الانخفاض البطيء لدرجات حرارة المسعر الموجود به الماء وذلك لزيادة السعة الحرارية لجرام الماء عنها في أي سائل آخر.

نفرض أن m_2 , m_1 هما كتلتي المسعرين فارغين وأن الحرارة النوعية لمادة كل منهما هي s_1 وأن m_2 , m_1 هما كتلتي الحجمين المساويين من الماء ومن السائل على الترتيب. تنخفض درجة حرارة كل من المسعرين من T_2 , T_1 في الزمنين (t_2 , t_1) على الترتيب ويمكن تعينهما مباشرة من منحنيات التبريد كما مبين بالشكل (٩-٥).

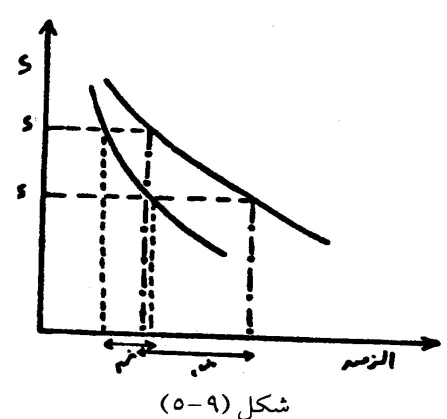
متوسط معدل التبريد للمسعر المائي في المنطقة بين T_2 , T_1

$$=\frac{(m_1 s_1+m_2\times 1)(T_2-T_1)}{t_1}$$

وبالمثل متوسط معدل التبريد للمسعر الموجود به السائل في المنطقة نفسها

$$\frac{(m`_1 s_1 + m`_2 \times s_2)(T_2 - T_1)}{t_2}$$

حيث s_2 هي الحرارة النوعية للسائل. وبمساواة معدلي التبريد في المسعرين نحصل على المعادلة:



شكل (٩-٥)

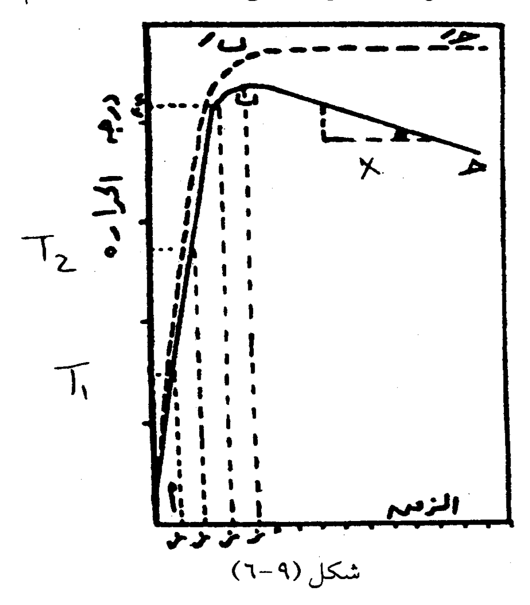
$$\frac{m_1 s_1 + m_2 \times 1}{t_1} = \frac{m`_1 s_1 + m`_2 s_2}{t_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9\text{-}9)$$

ومنها نوجد الحرارة النوعية المجهولة للسائل.

استخدام قانون نيوتن لتصحيح خطأ الإشعاع في تجارب الحرارة:

في جميع تجارب الحرارة التي نستخدم فيها قانون بقاء الطاقة تساوي عادة كمية الحرارة المكتسبة من الجسم البارد كمية الحرارة المفقودة من الجسم الساخن مع اعتبار أن الجسمين يكونان مجموعة معزولة حرارياً عن الوسط المحيط بهما. هذا الفرض غير صحيح إذ إن فقد الحرارة للجو يبدأ بمجرد ارتفاع درجة حرارة الغرفة ومن الممكن أيضاً أن تمتص المجموعة الحرارة من الجو لو انخفضت درجتها عن درجة حرارة الغرفة. والتصحيح الآتي، ويسمى بتصحيح خطأ الإشعاع، يهدف إلى حساب درجة الحرارة النهائية في التجارب التي يتم فيها الخلط الحراري بين الأجسام عندما ينعدم وجود فقدان الحرارة للجو.

نفرض على سبيل المثال حالة جسم ساخن أُسقط في مسعر به ماء بارد ترتفع درجة حرارة المسعر والماء في اللحظات الأولى من إسقاط الجسم حتى تصل الدرجة إلى نهايتها عندما يتم الخلط بين حرارة الجسم الساخن والماء بالمسعر ثم تبدأ درجة حرارة المجموعة في الهبوط تدريجياً باعتبارهما جسماً ساخناً يفقد حرارته للوسط المحيط به. إذا أمكننا تسجيل التغير في درجة حرارة المجموعة من لحظة سقوط الجسم الساخن فإننا



شكل (٩-٦)

نحصل على المنحنى أ ب حـ (شكل ٩-٦) حيث يمثل الجزء أ ب منحنى التسخين أثنا الخلط بينما الجزء ب حـ منحنى التبريد للمجموعة بعد وصولها إلى درجة الحرارة النهائية.

نعين من منحنى التبريد معدل النقص في درجة الحرارة ولتكن قيمة x درجة في الثانية عند درجة الحرارة النهائية للمجموعة ونحصل عليه من ميل الجزء ب حـ فإذا كانت زيادة درجة الحرارة النهائية عن درجة حرارة الغرفة هي t^oc فإن معدل النقص في عدد الدرجات في الثانية لكل ارتفاع قدره درجة واحدة مئوية عن درجة الغرفة هو (x/t) درجة/ ثانية.

نقسم منحنى التسخين أب إلى مناطق زمنية (t_1 , t_2 , t_3) ونفرض أن ارتفاع درجة حرارة المجموعة عن الوسط عند هذه المناطق هي $T_1 , T_2 , T_3 , \ldots$ على الترتيب.

نبدأ أولا بالمنطقة الأولى: عندما تكون درجة حرارة الغرفة هي نفس درجة حرارة الجسم لا يوجد تبريداً ويكون المعدل صفراً. وعندما تصبح درجة حرارة المجموعة أعلى من درجة حرارة الوسط المحيط بمقدار T_1 يصبح هذا المعدل $T_1(\frac{x}{T})$ لكل ثانية عند نهاية المنطقة الأولى.

ويؤخذ عادة متوسط المعدلين عند طرفي المنطقة ليكون ممثلا لهذا المعدل داخلها أي إن معدل فقد درجة الحرارة في الثانية في المنطقة الأولى = $\frac{1}{2}T_1(x/t_1)$ درجة مئوية/ ثانية، وبذلك تكون درجة الحرارة المصححة للإشعاع عند نهاية المنطقة الأولى T_1 + ما فقد من درجات الحرارة في زمن المنطقة الأولى T_1 ثانية.

أي إن الدرجة المصححة = $T + T_1 + \frac{1}{2} . \frac{x}{T} T_1 . t_1$

ثم نعتبر المنطقة الثانية : عند نهاية هذه المنطقة تكون الزيادة في الدرجة فوق درجة الغرفة قد أصبحت T_2 ويكون معدل الفقد عند هذه الدرجة (نهاية المنطقة) = $\left(\frac{x}{T} \times T_2\right)$ أي إن المعدل المتوسط لفقد درجة الحرارة في المنطقة الثانية = $\frac{x}{T}\left(\frac{T_1+T_2}{2}\right)$

عدد ما فقد من الدرجات في المنطقة الثانية = $\frac{x}{T}\left(\frac{T_1+T_2}{T}\right) . T_2$ حيث t_2 هو زمن هذه المنطقة.

وبذلك يكون عدد الدرجات الكلية التي فقدت في المنطقتين الأولى والثانية =

$$t_2 \times \frac{T_2+T_1}{2} \times \frac{x}{T} + t_1 \times \frac{T_1}{2} \times \frac{x}{T}$$

وتكون بذلك الدرجة المصححة عند نهاية المنطقة الثانية

$$T_o + T_2 + \frac{x}{T} . \frac{T_1}{2} t_1 + \frac{x}{T} \times \left(\frac{T_1+T_2}{2}\right) t_2$$

ويستمر العمل هكذا في باق المناطق مع إضافة الدرجات التي فقد في المناطق السابقة

على ما استجد فقده في المنطقة الأخيرة. حتى نصل إلى الدرجة النهائية للمخلوط مصححة للإشعاع.

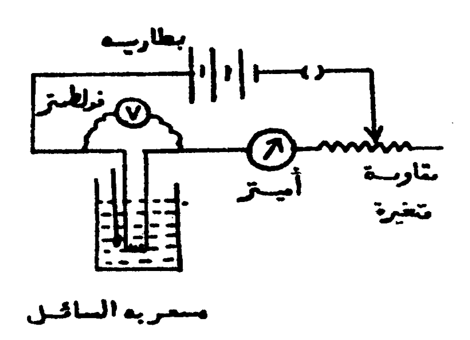
ويبين المنحنى العلوي أ بَ حَ في الشكل الارتفاع في درجة حرارة المخلوط بفرض عدم وجود أي فقد للحرارة للجو. وواضح أنه بعد الوصول إلى الدرجة النهائية في هذه الحالة تستمر هذه الدرجة دون تغير مع الزمن لعدم وجود إشعاع.

٩-٦ الطريقة الكهربائية لتعيين الحرارة النوعية :

إذا مر تيار كهربائي شدته I أمبير في موصل وكان الفرق في الجهد بين طرفيه V فولت فإن الطاقة الكهربائية المارة في زمن t ثانية هي I.V.t جول (١ جول = ١٠^٧ إرج).

تظهر هذه الطاقة داخل الموصل على شكل حرارة كميتها = $\frac{IVt}{J}$ سعراً حيث J هو ثابت التناسب بين الطاقة الكهربائية والطاقة الحرارية ويعرف بالمكافئ الكهربائي الحراري وسيجيء الكلام عنه فيما بعد.

وتستخدم هذه الطريقة لتعيين الحرارة النوعية لمادة ما (سائل مثلا) وذلك بتسخينه بواسطة سلك مقاومة يتصل ببطارية ومقاومة متغيرة وأميتر كما مبين شكل (٩-٧).



شكل (٩-٧)

بإمرار التيار الكهربائي لمدة معينة t ثانية، ترتفع درجة حرارة السائل بالمسعر من T_1 إلى T_2 وتكون الحرارة المكتسبة من المسعر ومحتوياته في زمن t ثانية هي:

$(m_1s_1 + m_2s_2)(T_1 - T_2)$ حيث m_1 , m_2 هما كتلتي المسعر والسائل على الترتيب s_1 , s_2 هما حرارتيهما النوعية.

وبتطبيق قانون بقاء الطاقة فإن هذه الكمية من الحرارة يجب أن تساوي الطاقة الكهربائية التي تحولت حرارة داخل سلك التسخين. أي إن

$$(m_1s_1 + m_2s_2)(T_2 - T_1) = \frac{IVt}{J} \quad \dots \dots \dots (9\text{-}10)$$

وبذلك يمكن إيجاد الحرارة النوعية المجهولة T_2 بمعرفة باقي المتغيرات في المعادلة.

٩ - ٧ طريقة التكثيف لتعيين الحرارة النوعية:

تعد هذه الطريقة من أدق الطرق المستعملة لإيجاد الحرارة النوعية للمواد وتعتمد نظرية هذه الطريقة على تعليق الجسم المراد تعيين حرارته النوعية في كفة ميزان حساس بحيث يكون متدلياً في غرفة يمكن إمرار بداخلها بخار ماء في درجة ١٠٠ °م . يعادل أولا وزن الجسم بالصنج ولتكن كتلته m_1 حم ودرجة حرارته الابتدائية T^oc ثم يمرر بخار الماء في غرفة البخار فيكتسب الجسم من البخار كمية من الحرارة ترفع درجته من T^o إلى ١٠٠ °م وينتج عن ذلك تكثيف كتلة m حم من البخار على الجسم. فإذا عودلت كفة الميزان مرة ثانية بعد إمرار البخار لمدة كافية تكون الزيادة في وزن الجسم عبارة عن كتلة البخار المتكثف والتي استهلكت حرارته الكامنة في رفع درجة حرارة الجسم من T إلى ١٠٠ °م. فإذا كانت الحرارة النوعية للجسم s والحرارة الكامنة لتصعيد البخار L سعر/ حم فإن الحرارة المكتسبة من الجسم = $(m_1s)(T- 100\ -T)$ سعراً بينما الحرارة المفقودة من البخار = mL سعراً.

وبمساواة الحرارة المكتسبة بالحرارة المفقودة تحصل على المعادلة:

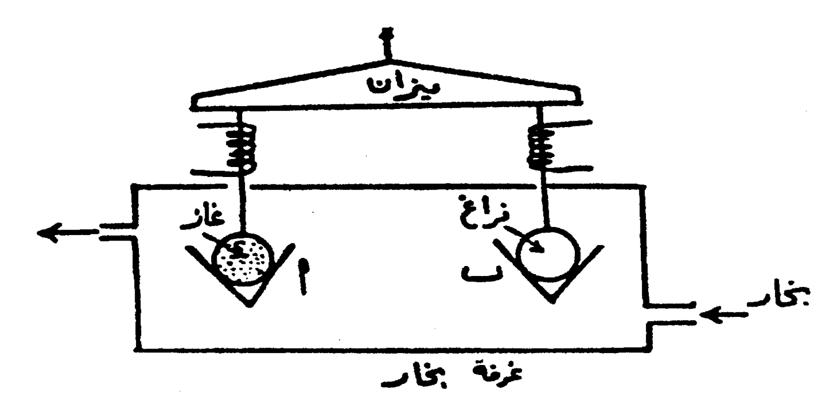
$$mL = m_1s(100 - T) \quad \dots \dots \dots (9\text{-}11)$$

ومنها يمكن تعيين الحرارة النوعية s بمعرفة حرارة التصعيد.

وقد استخدم جولي هذه الطريقة لتعيين الحرارة النوعية للغازات تحت حجم ثابت Cv ويطلق على الجهاز الذي استخدامه لذلك مسعر جولي البخاري.

مسعر جولي البخاري: Jely's steam calorimeter

يتركب من كرتين أ ، ب متماثلتين ومفرغتين ومعلقتين من كفتي ميزان حساس ويتدليان في غرفة بخار شكل (٩-٨). تعادل أولا كفتي الميزان بينما تكون الكرتان فارغتين ثم يضغط الغاز تحت الاختبار في الكرة أ بضغط كبير ثم يعادل الميزان لإيجاد كتلة الغاز m_1 حم الذي وضع بالكرة . عند إمرار البخار على الكرتين فإنه يتكثف على الكرة أ بمقدار أكبر من ذلك الذي يتكثف على الكرة ب بسبب وجود الغاز في أ والذي يمتص كمية من الحرارة تساوي $mC_v(100 - T)$ حيث C_v هي الحرارة النوعية له تحت حجم ثابت، T هي درجة الحرارة الابتدائية للغاز.



(شكل ٩-٨)

إذا كانت الزيادة في وزن البخار المتكثف على أ هي m جم فإن

$$mL = m_1 C_v (100 - T) \dots \dots \dots (9\text{-}12)$$

ومنها توجد قيمة الحرارة النوعية للغاز تحت حجم ثابت C_v

يراعى في هذه التجربة أن يكون مثبتاً بأسفل كل كرة مخروط معدني كما مبين بالشكل ليتجمع فيه قطرات البخار المتكثف على كل كرة. ولتفادي تكثف بخار الماء على أسلاك تعليق الكرات بالميزان يوضع حولها ملفات تسخين يمرر بها تيار كهربائي ليرفع الدرجة فيمنع تكاثف البخار حولها.

تمارين:

١ – سخنت ٣٠ جم من البلاتين في فرن ثم ألقيت في ماء بارد كتلته ١٠٠٠ جم فارتفعت درجة حرارة الماء من ١٥ °م إلى ٢٥ °م. أوجد درجة حرارة؟ الفرن علماً بأن متوسط الحرارة النوعية للبلاتين ٠.٠٢٣ سعر/ جم/ درجة.

٢ – أوجد الحرارة النوعية لغاز تحت ضغط ثابت من المعلومات الآتية:

سعة خزان الغاز ٣٠ لتراً وكان الضغط به في بدء التجربة ٧ جو نقص إلى ٣ جو في نهاية التجربة – كثافة الغاز الموجود بالخزان تحت ضغط جوي وفي درجة حرارة الغرفة ٠٠١٢ , ٠ جم/ سم^{3} – الفرق بين درجة حرارة الغاز الساخن بعد دخوله المسعر المائي وبعد خروجه منه ٢٠٨ ° م وكان الارتفاع في درجة حرارة المسعر ٥ , ١٠ °م والمكافئ المائي له ولمحتوياته ٧٠٠ جم.

٣– في مسعر جولي البخاري كان حجم كل من الكرتين ٥٠٠سم^{3} وكانت زيادة ومن البخار المتكثف على كرة الغاز عن الكرة الأخرى ١ , ٠ جم أوجد الحرارة النوعية للغاز تحت حجم ثابت إذا كان درجة الحرارة الابتدائية ١٥ °م وكثافة الغاز ٠٠٦ , ٠حم/ سم^{3} .

٤ – جسم يبرد في الهواء من درجة ٩٥ °م إلى ٩٠ ° م في نصف دقيقة ومن ٦٦ ° إلى ٥٠ °م في ٧٠ ثانية أوجد متوسط درجة حرارة الغرفة وأوجد الزمن اللازم لكلي تنخفض درجة حرارة الجسم من ٩٥ إلى ٥٠ °م.

٥– مسعران متماثلان من النحاس يزن كل منهما ١٥٠ حم يحتوي الأول على ١٠٠ سم^{3} من الماء، والثاني على ١٠٠ سم^{3} من سائل. سمح لهما ليبردا من ٦٠ °م إلى ٤٠ °م فاستغرقا على الترتيب ب١٠ دقائق، ٦ دقائق احسب الحرارة النوعية للسائل؟ علماً بأن الحرارة النوعية للنحاس = ٠٩٥ , ٠ وكثافة السائل ٨ , ٠جم/ سم^{3} .

٦ – تهبط درجة حرارة جسم من ٤٥ ° إلى ٤٠ ° إلى ١٠ دقائق فإذا كانت درجة حرارة الغرفة هي ١٥ °م. ما هي درجة حرارة الجسم بعد عشر دقائق أخرى؟

٧– أُسقط ١٠٠ جم من الجليد في درجة – ١٠ ° م في ماء في درجة الصفر المئوي،

فوجد أن ١٠ حم من الماء قد تجمدت وأصبح الجميع في درجة صفر – أوجد الحرارة النوعية للجليد (الحرارة الكامنة لانصهار الجليد = ٨٠ سعر/ حم).

٨- ما هي الزيادة في طاقة الكيلوجرام من الماء في درجة ٧٠°م عن طاقة نفس الكتلة من الجليد في درجة – ١٠° استخدم الحرارة النوعية للجليد من نتيجة المسألة السابقة.

٩- في إحدى تجارب الخلط كانت درجة حرارة المسعر الابتدائية ٢٠°م وارتفعت درجة الحرارة بعد إلقاء الجسم في المسعر إلى ١٥°م في العشر ثوان الأولى ثم إلى ٢٩°م في العشر ثوان التالية ثم إلى ٣٢°م في العشر ثوان التالية ثم بدأت درجة الحرارة بعد ذلك في الهبوط فوصلت إلى ٣١,٨°م في العشرين ثانية التالية. احسب درجة الحرارة النهائية مصححة للإشعاع.

١٠- أوجد كمية الحرارة اللازمة لتحويل ١٠ حم من الجليد في درجة الصفر إلى بخار في درجة ١٠٠°م؟

١١- تتوقف الحرارة النوعية υ لمادة ما على درجة الحرارة د°م. احسب المعادلة:

υ = أ + ب د^{٢} حيث أ ، ب ثوابت

أوجد كمية الحرارة اللازمة لرفع كتلة m حم من هذه المادة من صفر إلى د°م؟

١٢- القطر الداخلي للأنبوبة الشعرية في مسعر بنزن الجليدي ٠,٤ حم وعندما سخنت قطعة من معدن حرارته النوعية ٠,١ سعر/ حم/ درجة إلى درجة ١٠٠°م وأسقطت في فوهة المسعر تحركت نهاية الزئبق مسافة ٥ سم . ما هي كتلة المعدن علماً بأن كثافة الجليد في درجة الصفر المئوي ٠,٩١٣ حم/ سم^{٣} .

١٣- ثلاثة سوائل أ ، ب ، حـ درجة حرارتها الابتدائية هي ١٥ ، ١٩ ، ٢٧°م عند خلط أ ، ب أصبحت درجة حرارة المخلوط ١٦°م وعند خلط ب . حـ أصبحت الدرجة ٢٤°م. ماذا تكون درجة حرارة مخلوط من ب ، حـ ؟

١٤- إذا كان مساحة المقطع الداخلي للأنبوبة الشعرية لمسعر بنزن الجليدي هي ٠,٢ مم . ما هي حساسية الجهات بالسعر لكل ملليمتر.

١٥- إناء مكافئه المائي ٢٠ جم يحتوي على ٤٩٠ جم من الماء في درجة ١٥°م. سخن

بمصدر ثابت الحرارة فارتفعت الدرجة إلى ٢٥°م في دقيقتين. أوجد الزمن الذي يستغرق تبخير ٥٠ جم من الماء عندما يبدأ في الغليان . (ص للتصعيد = ٥٤٠ سعر/ جم).

١٦- أوجد التغير في متوسط طول المسار الحر لجزيء الهليوم تحت ضغط جوي عندما ترتفع درجة حرارته من صفر إلى ١٠٠°م علماً بأن لزوجة الهليوم بوحدات سم . جم . ث تساوي ٠,٠٠٠١٩ عند درجة الصفر وتساوي ٠,٠٠٢٣ عند درجة ١٠٠° وأن كثافة الهليوم = ٠,٠٠٠١٧٨٥ جم/ سم^{٣} .

***

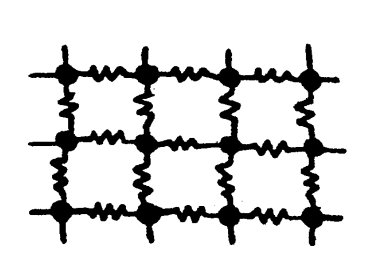


الباب العاشر
الانتشار الحراري

إذا ترك جسم ساخن ليبرد في الهواء مثلا تسخن طبقات الهواء الملاصقة للجسم وبذلك تقل كثافتها فيرتفع إلى أعلى ليحل محلها هواء آخر بارد ذو كثافة أكبر. وتستمر هذه العملية محدثة تيارين من الهواء أحدهما ساخن صاعد والآخر بارد هابط. ويفقد الجسم بذلك حرارته باستمرار بواسطة هذه التيارات التي تسمى (تيارات الحمل). هذه التيارات تحدث طبيعية دون وجود أي عوامل خارجية وقد يكون التبريد بهذه الطريقة قسراً إذا أمررنا تياراً صناعياً على الجسم الساخن وعموماً فدراسة تيارات الحمل هذه تدخل ضمن موضوع ديناميكا الموائع وهي خارجة عن نطاق موضع دراستنا.

١٠ - ١ انتقال الحرارة بواسطة التوصيل:

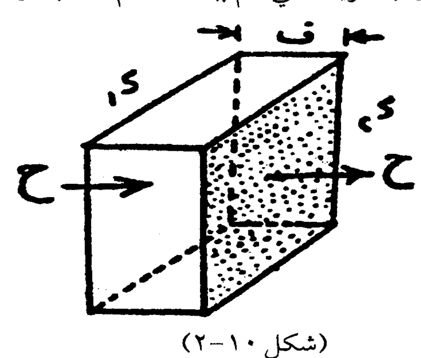
يمكن للحرارة أن تنتقل داخل أي وسط أو جسم ما دون الحاجة إلى وجود تيارات حمل لنقلها. ويتم ذلك بفعل الجزيئات المكونة لهذه المادة. فمن المعروف أن طاقة حركة الجزيء تتناسب طردياً مع درجة حرارته. ولما كانت جزيئات المادة (في الحالة الصلبة أو السائلة) مترابطة بواسطة قوى كبيرة بينية تسمى بالقوى الجزيئية، فإن من السهل انتقال طاقة الحركة من جزيء إلى آخر يجاوره. ويمكن تشبيه هذه الحالة بمجموعة من الكرات تمثل الجزيئات يربطها ببعضها أسلاك



زنبركية مرنة، انظر شكل (١٠-١) حيث تمثل مرونة هذه الأسلاك القوى الجزيئية. عندما تتحرك أي من هذه للكرات تنتقل حركتها إلى الكرات المجاورة بفعل الزنبركات وبذلك تنتقل طاقة الحركة من كرة إلى أخرى. بهذه الكيفية تنتشر الطاقة الحرارية بين جزيئات

المادة حتى تتساوى جميعاً في درجة الحرارة وعندئذ تصل إلى حالة الاتزان الحراري.

ومن الجديد بالذكر هنا أن انتقال الحرارة بالتوصيل في المواد الغازية يتم عن طريق تصادم جزيئات الغاز بعضها مع بعض وذلك بسبب درجة الحرارة الكبيرة التي تتحرك بها هذه الجزيئات كما أن صغر قوى التجاذب بين جزيئات الغاز يجعل هذه القوى الجزيئية قليلة الجدوى في نقل الحرارة بالطريقة التي تتم بها الأجسام الصلبة أو السائلة.



(شكل ١٠-٢)

لكي ندرس التوصيل الحراري للأجسام دراسة كمية يجب علينا أولا تحديد ثابت يميز المادة وليكن معامل التوصيل الحراري لها. وقد وجد بالتجربة أن كمية الحرارة H التي تمر خلال طبقة من المادة ذات سطحين مستويين ومتوازيين درجتي حراريتيهما T_1 , T_2($T_2>T_1$) تتوقف على العوامل الآتية:

١- الفرق بين درجتي حرارة السطحين.

٢- سمك الطبقة التي تنفذ خلالها الحرارة d سم.

٣- مساحة السطح الذي يوصل الحرارة A سم^2.

٤- زمن مرور الحرارة ز ثانية.

تربط بين المتغيرات السابقة العلاقة التجريبية الآتية:

$$H = KA\left(\frac{T_1 - T_2}{d}\right) \quad \dots\dots\dots (10\text{-}1)$$

حيث K هو ثابت حراري مميز للمادة ويسمى بمعامل التوصيل الحراري. ووحدات هذا الثابت هي سعر/ سم/ ثانية/ درجة مئوية.

ويسمى خارج القسمة $\left(\frac{T_1 - T_2}{d}\right)$ بالميل الحراري.

ويعرف بمعدل تغير درجة الحرارة داخل الجسم بالنسبة للمسافة أي إنه الزيادة في درجة الحرارة بين نقطتين يبعدان بمقدار ١ سم في اتجاه مرور الحرارة.

١٠ – ٢ قياس معامل التوصيل للمواد:

تختلف المواد من حيث طبيعتها الحرارية. فهناك مواد جيدة التوصيل الحراري مثل المعادن عموماً وهناك مواد أخرى عازلة حرارياً أو رديئة التوصيل كالزجاج، وتتفاوت قيمة معامل التوصيل بين ١ إلى ٠,٠٢ للمعادن وبين ٠,٠٠٠٣ إلى ٠,٠٠٠٠٣ للغازات وبسبب هذا الاختلاف الكبير بين قيمة المعاملات تختلف الفرق المستخدمة في قياسها أو التي تعتمد في بعض الأحيان على شكل المادة تحت الاختبار.

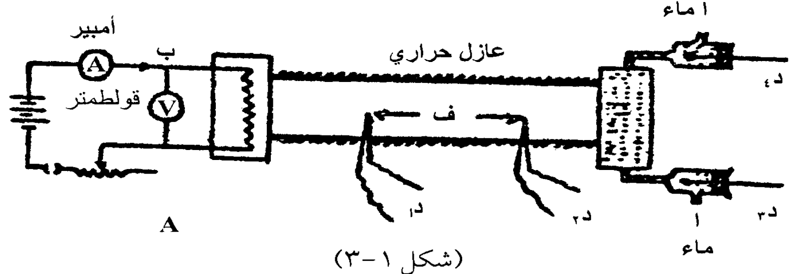
يطلق على جسم ما أنه في حالة اتزان حراري مع الوسط المحيط به إذا ظلت درجة حرارة كل جزء منه على حدة ثابتة لا تتغير مع الزمن. أي إن معدل تغير درجة الحرارة مع الزمن في أي منطقة من هذا الجسم يكون مساوياً للصفر. فعند ترك جسم ساخن ليبرد في الهواء فإنه يصل إلى حالة الاتزان الحراري عندما تصبح درجة حرارته مساوية لدرجة حرارة الوسط. أما إذا اتصل الجسم بمصدر حراري يعوضه عن الحرارة المفقودة للوسط المحيط فإن درجة حرارة الأجزاء المختلفة من الجسم قد تكون أعلى من درجة حرارة الوسط وتتوقف قيمتها على بعدها أو قربها من المصدر الحراري وتثبت درجة حرارة هذه الأجزاء بعد أن يصل الجسم إلى حالة الاتزان. وواضح أن تلامس الجسم بالمصدر الحراري الذي تتدفق منه الطاقة الحرارية هو الذي يحفظ وجود ميل حراري بين أجزاء الجسم المختلفة.

١٠ – ٣ تعيين معامل التوصيل لمادة جيدة التوصيل الحراري:

تعد طريقة سيرل من أبسط الطرق المباشرة لقياس معامل التوصيل الحراري للمعادن وفيها يسخن أحد طرفي قضيب من المعدن تحت الاختبار بواسطة مصدر حراري

كسلك تسخين يمر فيه تيار كهربائي أو بواسطة غرفة يمر بها بخار ماء ساخن، شكل (١٠-٣). تنتقل الحرارة داخل القضيب ويتكون ميل حراري بين أجزائه المختلفة. تمتص جميع الحرارة التي تصل إلى الطرف الآخر للقضيب إما بواسطة غرفة تبريد ملامسة له أو عن طريق مجموعة من الأنابيب المعدنية ملفوفة حوله.

يمر تيار ماء بارد في غرفة التبريد مع قياس درجة حرارتها قبل دخولها وبعد خروجها



(شكل ١-٣)

منها. يغطي القضيب والمصدر الحراري وغرفة التبريد بمادة عازلة حرارياً كاللباد لمنع فقد الحرارة للوسط المحيط بأي طريق آخر غير التوصيل. يقاس التوزيع الحراري داخل مادة القضيب بواسطة ترمومتران T_2 , T_1 من نوع الازدواج الحراري يبعدان x سم عن بعضهما.

ولإجراء التجربة يمر تيار كهربائي T أمبير في سلك التسخين للمصدر الحراري فتتولد كمية من الحرارة بمعدل منتظم قدره T.V جول/ ثانية، حيث V هو فرق الجهد الناشئ عن مرور التيارات في السلك. تنتقل هذه الحرارة داخل مادة القضيب بالتوصيل ويمتصها تيار الماء في غرفة التبريد فترتفع درجة حرارته. إذا ترك الجهاز لمدة كافية حتى الوصول إلى حالة الاتزان الحراري تثبت درجة حرارة كل من الترمومترين T_1 ، T_2 ويكون الميل الحراري عندئذ $(T_1 - T_2)/L$ وكذلك تثبت درجة الحرارة النهائية للماء عند خروجه من أنابيب التبريد. وتكون عندئذ كمية الحرارة المارة داخل القضيب بالتوصيل مساوية تماماً لكمية الحرارة التي تكفي لرفع حرارة تيار الماء من T_2 إلى T_1 أي إن معدل مرور الحرارة بالتوصيل داخل القضيب = معدل امتصاص الماء للحرارة = $m(T_4 - T_3)$ سعر/ ثانية، حيث m هي كتلة الماء البارد في الثانية وتسمى بمعدل التدفق. إذا كان r هو نصف قطر القضيب فإن مساحة مقطعه هو πr^2 وهي المساحة التي تنفذ خلالها الحرارة.

وبتطبيق قانون التوصيل الحراري فإن:

$$M(T_1 - T_2) = K.\pi r^2 \cdot \frac{T_1 - T_2}{d} \times 1 \; \dots\dots\dots \; (10\text{-}3)$$

ومن هذه المعادلة يمكن حساب معامل التوصيل الحراري k لمادة القضيب.

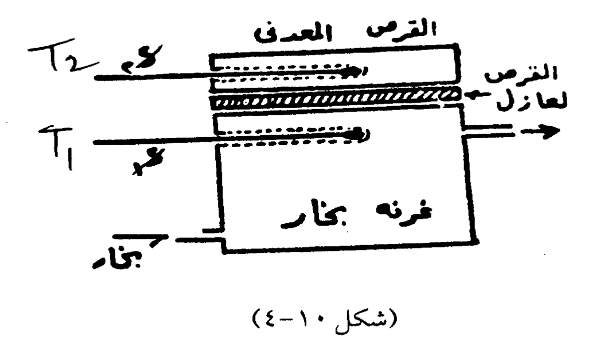
وهناك طريقة أخرى لحساب كمية الحرارة المارة بالتوصيل وذلك عن طريق معرفة معدل توليد الطاقة الحرارية داخل سلك التسخين وهذا يكافئ معدل بذل شغل كهربائي داخل سلك التشحين أي $\frac{IV}{J}$ سعر/ ثانية حيث J هو المكافئ الكهربائي الحراري وتصبح المعادلة السابقة

$$\frac{IV}{J} = K\pi r^2 \left(\frac{T_1 - T_2}{d} \right)$$

١٠ – ٤ تعيين معامل التوصيل الحراري لمادة رديئة التوصيل: جهاز لي (Lee)

لا تصلح طريقة سيرل لتعيين معامل التوصيل لمادة رديئة التوصيل وذلك؛ لأن طول القضيب في هذه الحالة ورداءة توصيله الحراري يعملان على منع الحرارة تماماً من الوصول إلى أنابيب التبريد؛ ولذلك يستعمل جهاز لي حيث تكون المادة رديئة التوصيل على شكل قرص رقيق يحفظ أحد وجهيه في الدرجة العالية فينتقل بذلك قدراً كافياً من الحرارة خلال سمكه الرقيق بحيث يمكن قياس كميته.

يتركب جهاز لي – شكل (١٠–٤)– من غرفة معدنية للبخار يوجد بها ترمومتر T_1 لتعيين الحرارة بداخلها. يوضع فوق غرفة البخار القرص تحت الاختبار ويوضع فوقه قرصاً آخر معدنياً بداخله ثقب أسطواني يسمح بوضع ترمومتر لقياس درجة حرارة القرص العلوي التي تمثل درجة حرارة السطح العلوي للقرص تحت الاختبار.



(شكل ١٠–٤)

يمرر بخار ماء في درجة ١٠٠ °م داخل الغرفة لمدة كافية للوصول إلى حالة الاتزان الحراري حيث تثبت درجتي حرارة كل من الترمومترين T_1 , T_2 عند هذه الحالة تتساوى كميتي الحرارة المارة بالتوصيل خلال قرص المادة بالحرارة التي يفقدها القرص المعدني للجو بالإشعاع والحمل في زمن معين. أي إن معدل التوصيل يساوي معدل فقد الحرارة من القرص للجو.

ولقياس معدل التبريد من القرص المعدني يرفع القرص من فوق غرفة البخار وترفع درجة حرارته (5^oc) خمس درجات فوق درجة الحرارة T_2 التي وصل إليها الترمومتر العلوي عند حالة الاتزان الحراري. ثم يترك ليبرد في الهواء تحت نفس ظروف التجربة ويسجل الزمن (t ثانية) اللازم لكي تنخفض درجة حرارة القرص بمقدار ٥ درجات تحت الدرجة T_1 وبمعرفة كتلة القرص المعدني m وحرارته النوعية s يكون متوسط معدل التبريد منه في المنطقة بين $(T_2 + 5)$, $(T_2 - 5)$ هو

$$H = \frac{ms \times 10}{t} \text{ سعر/ثانية}$$

وهذا يساوي معدل التوصيل للحرارة. وبتطبيق قانون التوصيل نحصل على معامل التوصيل للمادة K من المعادلة:

$$\frac{ms \times 10}{t} = K.\pi r^2 \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

حيث Πr^2 هو مساحة سطح القرص الدائري (r هو نصف القطر) $\frac{(T_1 - T_2)}{d}$ هو الميل الحراري أثناء التجربة، d هو سمك القرص بالسنتيمترات.

يمكن مقارنة معاملات التوصيل لمواد مختلفة بجهاز لي دون الحاجة لقياس معدل فقد الحرارة من القرص المعدني وذلك بالاستعانة بقانون نيوتن للتبريد (معدل التبريد يتناسب طردياً مع الفرق بين درجة حرارة الجسم والوسط المحيط) فإذا كانت درجة حرارة الغرفة عند إجراء التجربة هي T . يكون معدل التبريد من القرص المعدني يساوي:

$= C\,(T_2 - T_o)$ حيث C هو ثابت التناسب. أي إن

$$C\,(T_2 - T_o) = K \Pi r^2 (T_1 - T_2)/d \;\ldots\;\ldots\;\ldots\; (10\text{-}4)$$

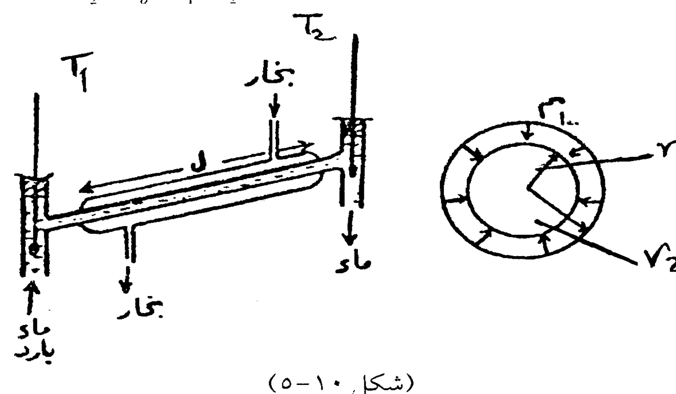
وبإعادة إجراء التجربة على قرص المادة الثانية الذي له نفس نصف القطر r نحصل

على المعادلة:

$$C\,(T_2` - T_o) = K`\Pi r^2(T_1` - T_2`)/d` \;\ldots\;\ldots\;\ldots\; (10\text{-}5)$$

حيث $K`$ , $d`$, $T_1`$ , $T_2`$ لها نفس المدلولات السابقة ولكن بالنسبة للمادة الثانية وبقسمة المعادلتين (١٠-٤) ، (١٠-٥) نحصل على النسبة بين معاملي التوصيل للمادتين:

$$\frac{K}{K`} = \frac{d}{d`}\cdot\frac{T_2 - T_o}{T_2` - T_o}\cdot\frac{T_1` - T_2`}{T_1 - T_2}$$



(شكل ١٠-٥)

١٠ - ٥ إيجاد معامل التوصيل لمادة رديئة التوصيل على شكل أنبوبة:

نفرض أن المادة المراد إيجاد معامل التوصيل لها على شكل أنبوبة أنصاف أقطارها الداخلية والخارجية على الترتيب هي r_1 ، r_2 تحاط الأنبوبة بغلاف يمرر بداخله بخار ماء ساخن يكون كمصدر حراري. ويمرر بداخل الأنبوبة تيار منتظم من الماء يمكن قياس درجة حرارته عند مدخل الأنبوبة وعند مخرجها (T_2 , $T_1{}^oc$) تنتقل الحرارة بالتوصيل من السطح الخارجي للأنبوبة والملامس للبخار إلى السطح الداخل لها الملامس للماء البارد فيسخن بذلك تيار الماء بمروره داخل الأنبوبة وترتفع درجة حرارته عند الوصول إلى حالة الاتزان الحراري من T_1 إلى T_2 درجة مئوية. إذا كان m جم/ ثانية هو معدل سريان الماء في الأنبوبة يكون معدل الحرارة المارة بالتوصل في الجدران $m\times1(T_2-T_1)$ سعر/ ثانية.

يتغير الميل الحراري من مكان إلى آخر على طول الأنبوبة. درجة حرارة السطح الخارجي الساخن للأنبوبة ثابتة وتساوي درجة حرارة البخار ١٠٠ ْم؛ ولكن تتغير درجة حرارة السطح الداخلي للأنبوبة إذ ترتفع من درجة T_1 عند مدخلها إلى درجة T_2 عند المخرج. ويتغير تبعاً لذلك الميل الحراري من $\frac{100-T_1}{r_2-r_1}$ عند المدخل إلى $\frac{100-T_2}{r_2-r_1}$ عند المخرج حيث $(r_2 - r_1)$ هو سمك المادة التي يمر خلالها التيار الحراري.

وتكون بذلك القيمة المتوسطة للميل الحراري هي $\frac{100-T}{r_2-r_1}$

حيث $T = \frac{T_1-T_2}{2}$ وهي القيمة المتوسطة للدرجتين.

عند حساب المساحة التي تمر خلالها الحرارة يلاحظ أن مساحة السطح الساخن للأنبوبة الملامس للبخار هو $2\Pi r_2 L$ حيث L هو طول الأنبوبة المعرض للتسخين. بينما مساحة السطح الداخلي الملامس للماء هو $2\Pi r_1 L_1$. ولذلك تؤخذ المساحة المتوسطة $2\Pi rL$ عند التعويض في معادلة التوصيل الحراري حيث $Kr = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ لمادة الأنبوبة من المعادلة:

$$m \times 1 \times (T_2 - T_1) = K \times 2\Pi rL \left(\frac{100-T}{r_2-r_1}\right) \dots \dots (10-6)$$

١٠ – ٦ التوصيل الحراري في السوائل:

يراعى عند تعيين معاملات التوصيل الحراري للسوائل التي تكون قيمتها صغيرة عادة انتقال الحرارة بواسطة تيارات الحمل؛ لذلك يوضع السطح الساخن للمصدر فوق السطح البارد المستقبل للحرارة ويوضع بينهما السائل. يتركب الجهاز المستخدم لهذا الغرض من إناءين من النحاس يفصلهما طبقة رقيقة من السائل تحت الاختبار. يمرر بالإناء العلوي (وهو المعزول حرارياً) بخار ماء ساخن، بينما يوضع بالإناء السفلي جليد مجروش لحفظ درجة حرارته دائماً عند الصفر المئوي. إذ كان تسمك طبقة السائل هي d يكون الميل الحراري هو $\frac{100-0}{d}$ درجة / سم.

لتعين معدل مرور الحرارة بالتوصيل خلال السائل تُوْجِدْ كتلة البخار المتكثف في

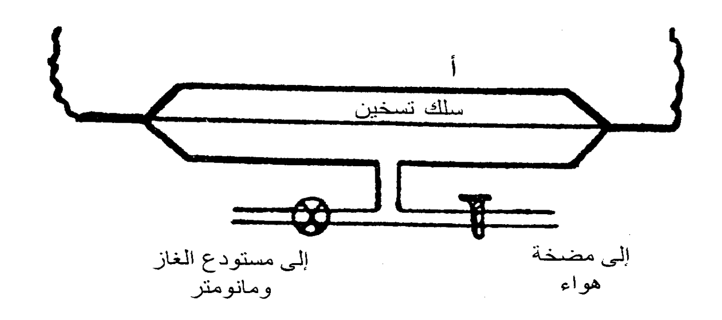
الإناء العلوي في زمن معين وليكن معدل التكثيف هو m جـم في الثانيـة، كميـة الحـرارة المفقودة من البخار في الثانية = ML حيث I الحرارة الكامنـة للتـصعيد. وتـساوي هـذه الكمية معدل مرور الحرارة بالتوصيل خلال السائل.

وبمعرفة مساحة سطح السائل A يمكن إيجاد معامل توصيله الحراري من المعادلة:

$$mL = KA \frac{100-0}{d} \dots\dots\dots\dots (10-7)$$

١٠ – ٧ التوصيل في الغازات:

تستخدم طريقة السلك الساخن لتعيين معامل توصيل الغـازات. ويتركـب الجهـاز المستخدم لذلك (انظر شكل ١٠-٦) من أسطوانة مفرغـة أ يوجـد عـلى محورهـا سـلك تسخين طوله L سم. تتصل الأسطوانة بمضخة ومانومتر لقياس ضـغط الغـاز بالـداخل



(شكل ١٠-٦)

كما يمكن أن تتصل أيضاً بخزان الغاز تحت الاختبار. عند بدء التجربة تفرغ الأنبوبة جيداً ثم يفتح خزان الغاز لإدخال كمية منه تحت ضغط معين. يمـرر تيـار كهربـائي في سـلك التسخين. تنتقل الحرارة بالتوصـيل داخـل الغـاز إلى الأسـطوانة الخارجيـة. فـإذا كانـت درجتي حرارة سطح السلك والأسطوانة هما T_1 , T_2 على الترتيب ونصف قطريهما r_1 , r_2 على الترتيب يمكن إثبات أن معامل التوصيل K للغاز يتحدد بالعلاقة:

$$K = \frac{1}{2\pi L} \cdot \frac{H}{T_1 - T_2} \cdot Log(r_1/r_2) \dots\dots (10-8)$$

حيث H هي كمية الحرارة التي تمر في ١ غـاز في الثانيـة (معـدل التوصـيل الحـراري) وتكافئ كمية الطاقة الكهربائية المستهلكة في الثانية أي I.V جول/ ثانية حيـث I , V همـا شدة التيار وفرق الجهد على طرفي السلك على الترتيب أي إن:

$H = \frac{I.V}{J}$ حيث J هو المكافئ الكهربائي الحراري.

وتقاس درجة حرارة سلك التسخين بمعايرة التغير في مقاومته الكهربائية.

ومن الجدير بالذكر هنا أنه قد وجد أن معامل التوصـيل الحـراري لأي غـاز مقـدار ثابت لا يتوقف على ضغطه.

١٠ – ٨ العلاقة بين معامل التوصيل الحراري والتوصيل الكهربائي للفلزات:

قانون فيدمان – فرانز Wiedemann ' Franz law

أجرى فيدمان وفرانز عدة تجارب لقياس معاملات التوصيل الحـراري والكهربـائي لبعض الفلزات جيدة التوصيل. وقد وجد أن النسبة بين معامـل التوصـيل الحـراري إلى معامل التوصيل الكهربائي لجميع الفلزات النقية مقدار ثابت إذا قيست هـذه المعـاملات عند نفس درجة الحرارة. وقد وجد لورنتز أن هذا المقدار الثابت يتناسب طردياً مع درجة الحرارة المطلقة.

وقد فسرت هذه الظاهرة بأن العوامل التي تسبب انتقـال الحـرارة في الفلـزات هـي نفس العوامل التي تحدث التوصيل الكهربائي. ولما كانت الإلكترونات الحرة في الفلزات هي التي تتحكم في التوصيل الكهربائي لذلك اقترح درودي أن هذه الإلكترونات الحـرة تكون داخل الفلز ما يشبه الغاز المثالي الذي تنقل جزيئاتـه (الإلكترونـات) الحـرارة مـن مكان إلى آخر وذلك عن طريق نقل طاقة حركتها إما بتصادمها مع بعـضها أو مـع ذرات الفلز ذاته.

***

انتقال الحرارة بواسطة الإشعاع
Radiation of heat

لا يحتاج انتقال الحرارة بالإشعاع من الأجسام الساخنة إلى وسط ناقل كما هو الحال بالنسبة للحمل والتوصيل. فالإشعاع الحراري له نفس طبيعة الضوء من حيث إنه أمواج كهرومغناطيسية يمكنها أن تنتقل في الفراغ. ويكون الإشعاع جزءاً من الطيف الكهرومغناطيسي ويوجد في منطقة الأشعة تحت الحمراء. ويبين الجدول الآتي مكان الإشعاع الحراري في الطيف:

نوع الأشعة	طول الموجة بالسنتيمتر		
	من	إلى	
أشعة جاما	٠,٠٠٠٢	- ٠,١٥	× $١٠^{-٨}$ سم
أشعة اكس	٠,١	- ١٥٠	× $١٠^{-٨}$ سم
أشعة فوق بنفسجية	١٠٠	- ٣٥٠٠	× $١٠^{-٨}$ سم
أشعة منظوره (ضوئية)	٣٥٠٠	- ٧٨٠٠	× $١٠^{-٨}$ سم
أشعة تحت حمراء (حرارية)	,٠٠٠٠٧٨	- ,٠٤	سم
أمواج لاسلكية	٠,٠٤	- ١٠	× $١٠^{-٦}$ سم

من المعروف أن اللون الأسود يمتص جميع الأشعة الساقطة عليه وهذا سبب سواد لونه. ويطلق لفظ الجسم الأسود على ذلك الجسم الذي إذا سقطت عليه كمية من إشعاع حراري امتصها تماماً أي إن معامل امتصاص الجسم الأسود يساوي الوحدة بينما هو دائماً أقل من ذلك بالنسبة لجميع الأجسام الأخرى وذلك بسبب ما ينعكس من إشعاع على السطح الخارجي للجسم.

ويعرف معامل الامتصاص بأنه النسبة بين كمية الحرارة الممتصة إلى كمية الحرارة الساقطة.

تعريف قوة الانبعاث R إذا سخن جسم لدرجة مرتفعة ؟؟؟ فإن كمية ما يشع من الحرارة في وحدة الزمن المساحات من سطحه الخارجي تتوقف على طبيعة السطح المشع.
وتعرف قوة الانبعاث لسطح جسم ساخن بالنسبة بين معدل ما يشع من ١ سم^{٢} من سطحه إلى معدل ما يشع من ١ سم^{٢} من جسم تام السواد عند نفس درجة الحرارة.

١٠ — ٩ نظرية بريفوست للتبادل الحراري: Prevost theory of exchange

يتوقف نوع الإشعاع الحراري الصادر من أي جسم ساخن على درجة حرارته فقط وليس على طبيعة سطحه المشع. ويقصد بنوع الإشعاع هنا أطوال الموجات المنبعثة من الجسم الساخن. فكل جسم يبدأ في الاحمرار أي في إرسال أشعة حمراء إذا رفعت درجة حرارته إلى حوالي ٥٥٠°م مهما كانت مادته أو طبيعة سطحه المشع.

وتنص نظرية بريفوست للتبادل الحراري على أن أي جسم درجة حرارته فوق درجة الصفر المطلق يشع كمية من الحرارة للوسط المحيط به كما يستقبل في الوقت نفسه كمية أخرى من الحرارة صادرة من نفس هذا الوسط المحيط. ويظل هذا التبادل الحراري قائماً حتى تتساوى كميتي الأشعة الصادرة من الجسم والواردة إليه ويقال عندئذ أن الجسم والوسط في حالة اتزان حراري.

١٠ — ١٠ قانون كيرشوف: Kirchhoff's law

ينص قانون كيرشوف على أنه عند أي درجة حرارة تكون النسبة بين قوة الانبعاث إلى قوة الامتصاص لسطح جسم ما مقداراً ثابتاً لا يتوقف على طبيعة سطح الجسم ولكن فقط على درجة حرارته وطول الموجة المشعة. ويساوي هذا الثابت قوة الانبعاث لجسم تام السواد.

ولإثبات هذا القانون نفرض أن لدينا حجرة معزولة حرارياً عن كل ما يحيط بها وموجود بداخلها كمية من إشعاع حراري له درجة حرارة وطول موجة معينة. تساوي شدة هذا الإشعاع الحراري ش قوة الانبعاث $E\lambda$ من جسم أسود له نفس درجة الحرارة.
أي إن ش = $E\lambda$.

فإذ وضع جسم ما داخل هذه الغرفة فإن الوصل إلى حالة الاتزان الحراري تم عندما

تتساوى كميتي الحرارة الممتصة والمشعة من الجسم فإذا كان معامل الامتصاص لسطح الجسم هو aλ وقوة الانبعاث له هي eλ فإن:

معدل امتصاص الحرارة من وحدة المساحات = ش . aλ

ومعدل إشعاع الحرارة من وحدة المساحات = eλ

وبما أنهما متساويان فإن

$$E\lambda = \frac{e\lambda}{a\lambda} \ldots \ldots \ldots (9-12)$$ قوة الانبعاث لجسم تام السواد

وهذا يثبت قانون كيرشوف. ولهذا القانون نتائج هامة هي:

١ - الإشعاع الحراري لا يتوقف على طبيعة وشكل الحيز الذي يحتويه كما أنه لا يتأثر إطلاقاً بوجود أي جسم بداخله طالما ظلت حالة الاتزان الحراري قائمة.

٢ - إذا كان جسم ما قادراً على امتصاص إشعاع له طول موجة معينة عندما تكون درجة حرارته منخفضة فإنه يكون أيضاً قادراً على بعثها عندما ترفع درجة حرارته.

فمثلاً إذا أحضرنا كرة من البلاتين المصقول ثُبِّتَ عليها قطعة صغيرة من البلاتين الأسود، تعكس الكرة عند درجات الحرارة المنخفضة معظم الأشعة الساقطة عليها ولذلك تظهر لامعة بينما تمتص قطعة البلاتين الأسود كل هذه الأشعة ولا تعكس شيئاً؛ ولذلك تظهر سوداء وعندما توضع هذه الكرة في فرن لرفع درجة حرارتها بحيث تصبح قادرة على الإشعاع في منطقة الأشعة الضوئية المرئية، نجد أن قطعة البلاتين السوداء هي التي أصبحت مضيئة بينما تحولت الكرة كلها إلى اللون المعتم.

وهذا يدل على أن البلاتين الأسود الذي كان قادراً على امتصاص جميع الأشعة عندما يكون بارداً يصبح قادراً على بعث الأشعة وإشعاعها بدرجة كبيرة أيضاً عندما يصبح ساخناً؛ لذلك يظهر مضيئاً بينما يحدث عكس ذلك للبلاتين المصقول. وهذا يثبت صحة قانون كيرشوف من الناحية العملية.

١٠ - ١١ قانون ستيفان بولتزمان للإشعاع : Stefan Bltzman's law

أجرى ستيفان الكثير من التجارب على الإشعاع الصادر من الأجسام عند رفعها

لدرجات حرارة مختلفة. وقد وجد أن معدل الإشعاع الحراري من جسم ما (معدل تبريده) يتناسب مع الأمن الرابع لدرجة حرارته المطلقة ولا يتوقف هذا المعدل على طول الموجة المشعة. وقد أثبت بولتزمان هذا القانون رياضياً معتمداً على قوانين الديناميكا الحرارية.

إذا كانت درجة الحرارة المطلقة لجسم هي T فإن معدل الإشعاع من وحدة المساحات من سطحه تكون σT^4 حيث σ هو ثابت التناسب ويطلق عليه ثابت ستيفان.

إذا كان الجسم المشع موضوعاً في وسط درجة حرارته المطلقة T_o ، فإن كمية الحرارة التي يستقبلها الجسم من الوسط في وحدة الزمن على وحدة المساحات تساوي σT^4 .

وبتطبيق نظرية التبادل الحراري لبريفوست يكون معدل التبريد من الجسم.

$$H = \sigma (T^4 - T_o^4)$$

إذا كان الفرق صغيراً بين درجتي حرارة الجسم المشع والوسط المحيط أي إن $T = T_o + \Delta T$ حيث ΔT هو فرق درجات الحرارة فإن قانون ستيفان بولتزمان يصبح:

$$H = \sigma [(T_o + \Delta T)^4 - T_o^4 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (10 - 12)$$

ويمكن اختصار هذه المعادلة بفك الأقواس وإهمال الكميات الصغيرة من الدرجة الثانية فما فوق مثل ΔT^3 , ΔT^2 وهكذا فنحصل بذلك على:

$$H = \sigma [4T^3 + \Delta T + \text{كميات مهملة}]$$

من هذا يتضح وجود تناسب بسيط بين معدل فقد الحرارة من الجسم والفرق بين درجة حرارته ودرجة حرارة الوسط المحيط (ΔT) طالما كان هذا الفرق صغيراً.

وهذا هو نص قانون نيوتن للتبريد وقد سبق الكلام عنه. أي إن قانون نيوتن للتبريد هو حالة خاصة من قانون ستيفان – بولتزمان عندما يكون فرق درجة الحرارة بين الجسم الساخن والوسط صغيراً.

١٢ – ١٢ الثابت الشمسي: Solar Constant

من أهم الثوابت في موضوع الطاقة الشمسية هو الثابت الشمسي ويعرف بكمية الطاقة الحرارية التي تسقط من الشمس عمودياً على وحدة المساحات من سطح الأرض

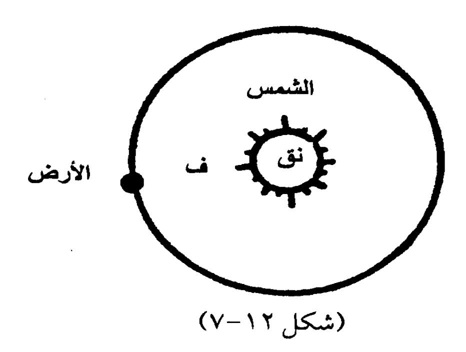
في وحدة الزمن .. وبديهي أن قيمته تتوقف على المكان الذي يقاس عنده وأيضاً على العوامل الخارجية المؤثرة. وقد وجد أن القيمة المتوسطة لهذا الثابت هي ١,٩٤ سعر/ سم٢ دقيقة. كما أمكن بواسطته تقدير درجة حرارة الشمس بتطبيق قانون ستيفان بولتزمان عليها واعتبارها جسما ساخناً يشع حرارته في الفراغ.

إذا فرض أن درجة الحرارة المطلقة للشمس هي T وأن نصف قطرها R تكون كمية الحرارة الكلية المشعة من الشمس في الثانية الواحدة هي H حيث

$$H = 4\pi R^2.\sigma T^4$$

حيث $4\Pi R^2$ هي مساحة السطح الساخن المشع للشمس.

إذا كانت المسافة بين الأرض والشمس ف فإن الطاقة الشمسية ح تتوزع في جميع الاتجاهات على مساحة $4\Pi d^2$ هي مساحة الكرة التي يكون مدار الأرض حول الشمس



(شكل ١٢-٧)

أحد مقاطعها وبذلك تكون كمية الحرارة الساقطة من الشمس في وحدة الزمن على ١ سم٢ من سطح الأرض هي الثابت الشمسي (K) حيث

$$K = \frac{H}{4\pi d^2} = \frac{4\pi R^2}{4\pi d^2}\sigma T^4$$

أي إن

$$K = \frac{R^2}{d^2}.T^4$$

وبقياس الأبعاد R , d بطرق فلكية وبإيجاد ثابت ستيفان والثابت الشمسي بطرق

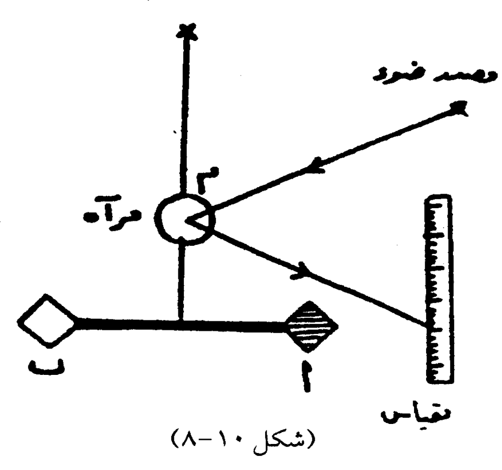
معملية أمكن تعيين درجة حرارة الشمس التي قدرت بستة آلاف درجة تقريباً.

١٠ — ١٣ طرق قياس الإشعاع الحراري:

يعتبر الترموبيل من أفضل الأجهزة لقياس الإشعاع الحراري، وتعتمد نظريته على الخاصة الكهرحرارية. وقد سبق الكلام عنه في الباب الثامن.

يستخدم أيضاً جهاز الرديومتر Radiometer ويتركب كما في شكل (١٠-٨) من إطار خفيف من الألومنيوم مثبت عليه ورقتين خفيفتين من الميكا أ، ب أحدهما (أ) مغطاة جيداً بطبقة من الصناج الأسود وذلك لكي تمتص الإشعاع الحراري إذا سقط عليها. يعلق الإطار بواسطة خيط رفيع من الكوراتز مثبت عليه مرآة م يسقط عليها شعاع ضوئي فينعكس ليسقط على مقياس مدرج.

عند سقوط إشعاع حراري على الإطار تمتص الورقة أ معظم الأشعة الساقطة عليها بينما تعكسها الورقة ب فترتفع بذلك درجة حرارة أ عن ب وينتج عن ذلك تسخين جزيئات الهواء القريبة من أ فتزداد سرعتها ويزداد بالتالي دفعها للورقة أ بينما لا يحدث هذا



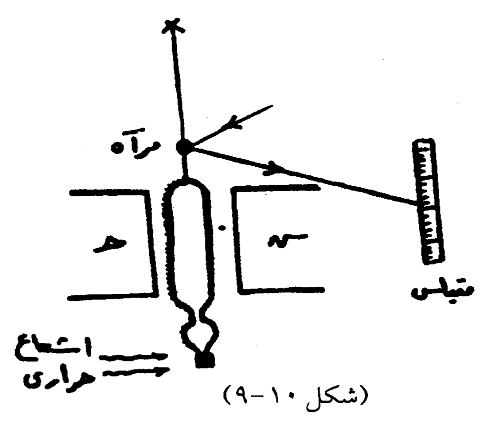
(شكل ١٠-٨)

على الورقة ب. ويتكون نتيجة لذلك ازدواج بسبب دوران الإطار حول محور التعليق وبالتالي يدور مستوى المرآة فيتحرك شعاع الضوء المنعكس عليها مسجلا انحرافاً على

المقياس المدرج تتناسب قيمته مع شدة الإشعاع الساقط على الجهاز.

١٠ – ١٤ جهاز بوي لقياس الإشعاع: Boys method

يستخدم في هذا الجهاز نظرية الجلفانومتر ذو الملف المتحرك. ويتركب من مغناطيس ثابت يتحرك بين قطبيه ملف صغير مركب من سلكين مختلفين يكونان أزواجاً حرارية (شكل ١٠-٩) الملف معلق من خيط رفيع مثبت عليه مرآة يسقط عليها شعاع ضوء ينعكس على مقياس مدرج. مثبت على أحد وصلتي الازدواج الحراري الذي يتكون منه الملف المتحرك قطعة رقيقة من النحاس عليها صناج أسود. عندما تتعرض هذه الوصلة للإشعاع الحراري ترتفع درجة حرارتها عن الوصلة الأخرى فيمر تيار كهر حرارياً في الملف ينسب في دورانه في مجال المغناطيس. وبدوران المرآة مع حركة الملف ينحرف شعاع الضوء المنعكس عليها والساقط على المقياس المدرج حيث تتناسب شدة الإشعاع الساقط مع الانحراف الحادث على المقياس.



(شكل ١٠-٩)

تمارين:

١ – غلاية من الحديد مساحة سطحها الموصل للحرارة هو متر مربع. ما كمية الماء الذي يتبخر في الساعة إذا كان السطح الخارجي الساخن للغلاية ١٥٠° وسمك جدار الغلاية ٧,٠ سم؟

٢- قضيب نحاس طوله ٢٨ سم ومساحة مقطعه ٤ سم^{2} . وضع أحد طرفيه في غرفة بخار ماء بينما وضع طرفه الثاني في مخلوط من جليد وماء. إذا أهملت فقد الحرارة عن طريق سطح القضيب أوجد:

أولاً: شدة التيار الحراري داخل القضيب.

ثانياً: درجة الحرارة عند نقطة تبعد ٣ سم عن طرف القضيب البارد.

٣- قضيب من الصلب قطره ١ سم يغلقه من الخارج أسطوانة من النحاس قطرها الخارجي ٢ سم ويوجد عليها طبقة عازلة حرارياً. إذا كان طول هذا القضيب المركب ٢ متراً وحفظ طرفيه عند درجتي ١٠٠ م، صفر م أوجد:

أولاً: التيار الحراري الكلي المار القضيب.

ثانياً: ما هي النسبة التي تمررها كل من مادة الصلب والنحاس؟

٤- لوح مكون من طبقتين متوازيتين من مادتين مختلفتين سمكاهما ٥ ، ٣ سم ومعاملا توصيلهما الحراري ٦ , ٠ ، ٤ , ٠ وحدات سم . جم . ثانية على الترتيب. فإذا كان السطحان المتقابلان الخارجيان لهذا اللوح في درجة صفر ، ١٠٠ °م. ما هي درجة السطح الذي يفصل المادتين؟

٥- وضع حاجز من الحديد سمكه ٢ سم وارتفاعه ١٠ سم وعرضه ١٥ سم في إناء بحيث قسم إلى قسمين منفصلين وضع بالأول جليد وأُمرِرَ بالثاني بخار ماء. أوجد كمية ما ينصهر من الجليد في ٥ دقائق. كذلك المعدل الذي يتكثف به البخار؟

٦- أمكن بواسطة موقد شمسي تجميع أشعة الشمس الحرارية الساقطة على مسطح مساحته متر مربع في نقطة. أوجد الزمن اللازم لكي تتبخر تماماً كتلة ١٠ جرام جليد في درجة الصفر وضعت في هذه النقطة. علماً بأن متوسط الثابت الشمسي ٩٤ , ١ سعر/ سم^{2} دقيقة.

٧- وضعت كرة سوداء من النحاس نصف قطرها ٢ سم في حيز مفرغ درجة حرارة سطحه ١٨٠ °م ما هي كمية الطاقة التي يلزم تزويد الكرة بها في الثانية الواحدة حتى تحتفظ بدرجة حرارتها عند درجة ١٢٧ °م؟

٨- باعتبار الشمس جسم ساخن مشع وأن شدة الإشعاع عند نقطة ما تتناسب عكسياً مع مربع بعد النقطة عن مركز الشمس أوجد درجة حرارة سطح الشمس علماً بأنها تبعد عن الأرض ٩٣ مليون ميل وأن كمية الحرارة التي تصل إلى سطح الأرض من الشمس هي ١,٨ سعر/ دقيقة/ ١ سم٢ ونصف قطر الشمس = ٤٠٠٠٠٠ ميل.

٩- كرة سوداء من الحديد قطرها ١٠ سم تبرد بالإشعاع في فراغ حفظت جدرانه في درجة الصفر المئوي. ما الزمن اللازم لهذه الكرة لكي تبرد من ٢٠٠°م إلى درجة ١٩٩°م؟. «الحرارة النوعية للحديد = ٠,١١ سعر/ جم/ درجة.

ثابت ستيفان للإشعاع = ٥,٧٦ × ١٠⁻٥ ارج/ سم٢ درجة/ ثانية.

١٠- سلك مقاومته ٠,١ أوم لكل سنتيمتر موضوع في محور أسطوانة من مادة عازلة نصف قطريها الداخلي والخارجي هما ٠,٠٥ ، ١ سم على الترتيب. عندما يمر تيار مقداره أمبير يتكون فرق في درجة الحرارة بين سطحي الأسطوانة العازلة بمقدار ١٢٥°م. أوجد معامل التوصيل الحراري للمادة.

***

الباب الحادي عشر
نظرية الحركة للغازات

تتحرك جزيئات أي غاز حركة مستمرة بسرعة متوسطة تتوقف على درجة حرارته فكلما ارتفعت درجة الحرارة ازدادت السرعة المتوسطة للجزيئات وتزداد بالتالي طاقة الحركة الكلية لها. وقد وجد أنه عند الضغوط المخلخلة لجميع الغازات تنطبق بعض قوانين الغازات البسيطة التالية:

١١ – ١ قوانين الغازات التامة:

١ – قانون بويل: «وينص على أنه لكتلة معينة من غاز يتناسب ضغط الغاز عكسياً مع حجمه عندما تظل درجة حرارته ثابتة».

٢ – قانون شارل: «وينص على أنه عند تسخين كتلة معينة من غاز مع تثبيت حجمها يزداد ضغط الغاز طردياً مع درجة الحرارة».

٣ – قانون دالتون للضغوط الجزئية: «وينص على أن ضغطاً مخلوطاً من غازات على جدران الإناء الذي يحتويه يساوي مجموع الضغوط التي تؤثر بها هذه الغازات لو وجد كل منها على حدة في نفس هذا الإناء».

٤ – قانون جول: «وينص على أن الطاقة الداخلية لغاز لا تتوقف على حجمه أي إنه إذا تمدد تمدداً حراً في فراغ لا تتأثر طاقته الداخلية بالزيادة أو بالنقصان».

٥ – قانون جاي اوساك: «ويعالج هذا القانون الاتحاد الكيميائي بين الغازات وينص على أن حجوم الغازات المتفاعلة كيميائياً يكون بينها نسباً بسيطة وكذلك مع حجم ناتج التفاعل لو كان هذا الناتج غازياً أيضاً».

٦ – قانون أفوجادرو: «وينص على أن الحجوم المتساوية من الغازات عند نفس درجة الحرارة والتي يكون لها نفس الضغط تحتوي على نفس العدد من الجزيئات. ويعرف عدد

الجزيئات في الجرام الجزيئي من أي غاز بعـدد أفوجـادر وتبلـغ قيمتـه ٦,٠٢٣ × ١٠ ^٢٣^ جزيء».

١١ - ٢ مواصفات الغاز التام:

من قوانين الغازات السابقة تحت الضغط المخلخل يمكـن اسـتنباط تركيـب بـسيط للغازات وسيطلق على كل غاز ينطبق عليه مواصفات هذا الغاز بالغاز التام Perfect gas وهو غاز أحادي الذرة تكون لجزيئاته الصفات التالية:

١ - تتركب جزيئاته من كرات متماثلة صلبة وملساء، تامة المرونة.

٢ - تتحرك الجزيئات حركة عشوائية مـستمرة وتتـصادم مـع بعـضها وكـذلك مـع جدران الإناء المحتوي لها دون أن تفقد أي قدر من طاقتها الكلية نتيجة لذلك.

٣- متوسط طاقة حركة الجزيء تتناسب طردياً مع درجة الحرارة المطلقة للغاز.

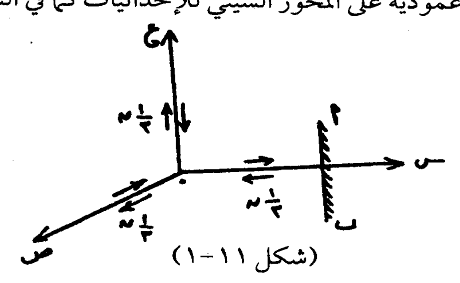
٤ - لا توجد أي قوى بينية جزيئية No intermolecular forces .

٥ - يكون حجم الجزيئات مهملا بالنسبة إلى الحجم الكلي الذي يشغله الغاز.

١١ - ٣ حساب ضغط الغاز التام:

نفرض كمية من غاز مثالي موجـود داخـل حيـز مغلـق تعرفـه محـاور الإحـداثيات (x,y,z) شكل (١١-١). يوجد بكل ١ جرام جزيء من الغاز عدد أفوجادور N فإذا كان حجم الجرام الجزيئي هو V سم^٣ فإن عدد الجزيئات في وحدة الحجوم هو $n = \frac{N}{V}$

لفرض أن أ ب يمثل مساحة دائرية قدرها ١ سم^٢ من جدار الإنـاء المحتـوي للغـاز وأن هذه المساحة تقع عمودية على المحور السيني للإحداثيات كما في الشكل.



(شكل ١١-١)

بما أن حركة الجزيئات عشوائية في أي اتجاه يمكننا اعتبار أن ثلث الجزيئات تتحرك في كل من الاتجاهات x,y,z . وكذلك توجد إمكانية متساوية للجزيئات المتحركة في الاتجاه السيني مثل أن تتحرك في أي من الاتجاهين الموجب أو السالب أي في اتجاه المساحة أ ب أو بعيداً عنها. وبذلك تكون عدد الجزيئات في وحدة الحجوم والتي تتحرك في الاتجاه السيني ناحية المساحة أ ب هي $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}n=\frac{1}{6}n$ جزيء.

وإذا كانت كتلة الجزيء m جم وسرعته المتوسطة υ سم/ ثانية فإن كمية تحرك الجزيء = ك ع.

عندما يسقط هذا الجزيء عمودياً على أ ب فإنه يرتد بنفس السرعة التي سقط بها ولكن بإشارة معاكسة وتكون بذلك كمية الحركة للجزيء بعد ارتداده = − ك ع.

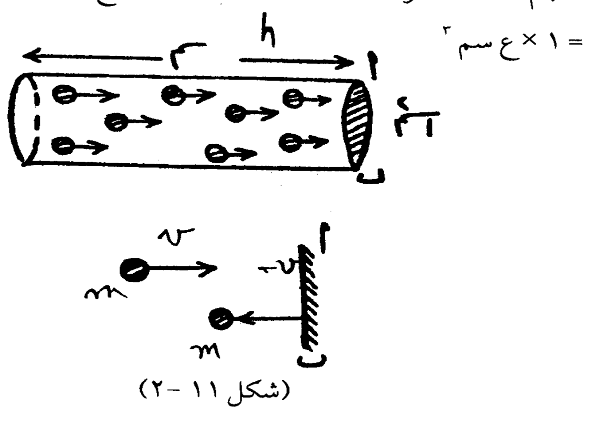
التغير في كمية الحركة للجزيء كل مرة تصادم.

$$M\upsilon-(-m\upsilon)=2m\upsilon$$

يتحرك كل جزيء سرعته υ سم/ ثانية مسافة قدرها υ سم كل ثانية. وهذا يعني أنه يتصادم مع المساحة أ ب كل ثانية جميع الجزيئات التي تكون متجهة إليها وعلى بعد يساوي أو أقل من المسافة ع سم . هذه الجزيئات موجودة جميعاً في داخل الأسطوانة التي مساحة قاعدتها أ ب وارتفاعها h كما مبني بشكل (١١ −٢).

حجم هذه الأسطوانة = مساحة القاعدة × الارتفاع

= ١ × ع سم ٣



(شكل ١١ −٢)

عدد الجزيئات داخل هذا الحجم والتي تتحرك في الاتجاه السيني ناحية أ ب فقط (الاتجاه الموجب) = $\frac{n\upsilon}{6}$

التغير في كمية حركة الجزيئات عند تصادمها مع أ ب = عدد الجزيئات المتصادمة × التغير في كمية حركة كل جزيء

$$2m\upsilon \times \frac{n}{6}\upsilon = \frac{1}{3}mn\upsilon^2 \qquad (11-1)$$

يساوي هذا المقدار من التغير في كمية تحرك الجزيئات الدفع الذي يحدثه تصادمها مع المساحة أ ب (١ سم٢) في زمن قدره ثانية واحدة وذلك كما ينص عليه قانون نيوتن للحركة. فإذا علم أن الدفع هو القوة × الزمن وأن الضغط هو القوة الواقعة عمودياً على واحدة المساحات فإن دفع الجزيئات للمساحة أ ب أي على وحدة المساحات في الثانية = ضغط الغاز، أي إن

$$P = \frac{1}{3}mn\upsilon^2$$

ويلاحظ هنا أننا حصلنا على ضغط الغاز بدلالة مربع سرعة جزيئاته بفرض أن لجميع الجزيئات سرعات واحدة. وهذا الفرض تبسيط شديد يهدف إلى تسهيل المعالجة الرياضية. وحقيقة الأمر أن الجزيئات تتفاوت في سرعاتها ابتداءً من الصفر وحتى اللانهاية ولكن تتجمع معظم سرعات الجزيئات حول قيمة متوسطة. ولكي نعالج هذا الموضوع بدقة أكثر من الناحية الرياضية يجب استبدال مربع سرعة الجزيئات υ^2 في العلاقة السابقة بمتوسط مربع سرعة الجزيئات $\overline{\upsilon^2}$ والخط فوق υ^2 يعبر عن القيمة المتوسطة. وتعطي بالعلاقة

$$\overline{\upsilon}^2 = \frac{\sum_a N_a \upsilon_a{}^2}{\sum n_a}$$ حيث a = ١، ٢، ٣، ...

N_a هي عدد الجزيئات التي لها سرعات υ_a وبديهي أن العدد الكلي للجزيئات Σn_a

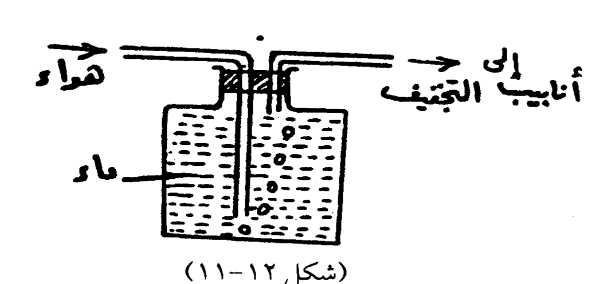
يطلق على $\sqrt{\overline{\upsilon^2}}$ بجذر متوسط مربع السرعة لجزيئات الغاز

Root mean square velocity r.m.S.V.

ساقط من أصل المصور من ٢٢٥ : ٢٥٧

الناتجة عن تشبع نفس الحجم من الهواء ببخار الماء تكون:

الرطوبة النسبية = (كتلة البخار الموجود في حجم معين في الهواء / كتلة البخار الذي يشبع نفس الحجم عند نفس) × ١٠٠



(شكل ١٢-١١)

الاتزان الحراري لسطح الأرض:

يعتبر الاتزان الحراري على سطح الأرض من أهم عوامل بقاء واستمرار الحياة عليها. تأتي الحرارة للأرض من الشمس. والشمس جسم ساخن مشع درجة حرارته حوالي ٥٨٠٠ كلفن. ومن قانون ستيفان للإشعاع الحراري من الأجسام الساخنة تساوي الطاقة المشعة من وحدة المساحات من سطح الشمس الفيض الحراري الكلي (σ T^4) المشع فيها مقسوماً على مساحة سطحها، حيث σ هو ثابت ستيفان للإشعاع الحراري وبالحساب يكون الفيض الحراري المنبعث من سطح الشمس هو (6.4×10^7 W/m^2) . وبتطبيق قانون التربيع العكسي الذي يتناسب فيه شدة الإشعاع عكسياً مع مربع المسافة يكون الفيض الحراري على دائرة مسار الأرض حول الشمس هو الفيض الكلي للشمس مضروباً في مربع النسبة بين نصف قطر الشمس ونصف قطر الأرض ويساوي ذلك (1380 W/m^2) ويطلق على هذه القيمة بالثابت الشمسي وقد وجد أن قيمة النظرية متطابقة مع قيمته المقاسة معملياً.

وباستخدام قانون الإزاحة لفين:

$$\lambda_m \,.\, T = \text{constant} = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m K}$$

حيث (λ_m) هي طول الموجة التي يكون عندها قمة الإشعاع من جسم ساخن درجة حرارته T (K) ، نجد أن طول الموجة العظمى (λ_m) للشمس تساوي (500 n m) وهي في منطقة الطيف المنظور.

يمتص الجسم الأسود مائة في المائة من الأشعة الساقطة عليه لذلك يظهر أسود اللون أما الأرض فهي جسم رمادي لا يمتص سوى ٧٠٪ من أشعة الشمس الساقطة عليها. ولذلك ترتفع درجة حرارتها فوق درجة الصفر المطلق. وكما تمتص الأرض الحرارة فإنها تشعها أيضاً وفقاً لقانون ستيفان للإشعاع. ومن معرفتنا بدرجة حرارة الأرض يمكننا حساب الفيض الحراري المنبعث منها.

يحدد الاتزان الحراري للأرض درجة حرارتها المتوسطة. كمية الحرارة التي تصل للأرض من الشمس في الثانية الواحدة، باعتبار أن أشعة الشمس تسقط على وجه واحد من الأرض مثل قرص دائري نصف قطره يساوي ٦٤٠٠ كيلومتر (نصف قطر الأرض R)، تساوي مساحة هذا القرص (πR^2) مضروباً في القدرة الإشعاعية للشمس عند سطح الأرض، أي مضروبة في الثابت الشمس ($1.4\ KW/m^2$) ولكن الأرض تمتص فقط ٧٠٪ من هذه الطاقة لذلك تمتص الأرض في الثانية ما قيمته: $[(0.7)\times(1.4\ kW/m^2)\times(\pi R^2)]$ كيلو واط.

وباستخدام قانون ستيفان للإشعاع وباعتبار مساحة سطح الكرة الأرضية الذي يشع الحرارة ($4\pi R^2$) تكون الطاقة الكلية المشعة من الأرض كجسم ساخن درجة حرارته (T) هي: ($4\pi R^2\ .\ \sigma T^4$) وتتساوى عند الاتزان الطاقة الساقطة على الأرض بالطاقة المشعة منها أي إن:

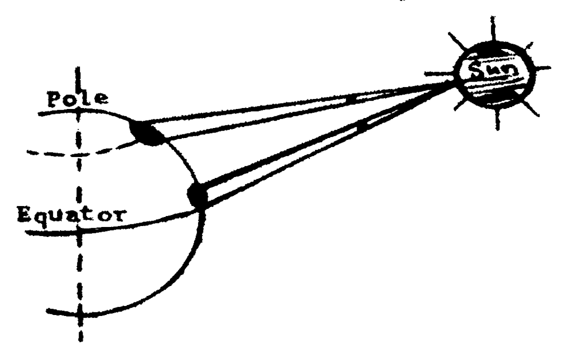
$$[(0.7)\times(1.4\ kW/m^2)\times(\pi R^2)] = [(4\pi R^2)\ .\ \sigma T^4]$$

وبحل المعادلة تكون متوسط درجة حرارة الأرض ($T=225\ K$) . ومن قانون فين ($\lambda_m=11.4\mu m$) وهي لجسم ساخن درجته ($255\ K$) ويشع حرارته في منطقة طيف الأشعة تحت الحمراء.

توزيع الحرارة على سطح الأرض

لا تتساوى مقادير الأشعة الشمسية الساقطة على أجزاء الأرض المختلفة وذلك؛ لأن

كروية الأرض تجعل سقوط الأشعة عمودياً على السطح عند خط الاستواء بينما يكون مائلاً بالقرب من القطبين (انظر شكل ٥-١٣). فالمساحة (dA) عند خط العرض (θ) تكون مساحتها الفعالة بالنسبة للأشعة هي ($dA \cos \theta$) . وعلى ذلك تقل شدة الإشعاع على السطح وفقاً لقيمة ($\cos \theta$) أي كلما اتجهنا ناحية القطبين. ومن المعلوم أن كمية الطاقة الشمسية التي تستقبلها المناطق المختلفة على الأرض تؤثر على درجة حرارة تلك المناطق ويحدث عن ذلك اختلافاً في درجة الحرارة من مكان لمكان.



شكل (٥-١٣)

ولما كانت أشعة الشمس تسير في خطوط مستقيمة لذلك لا يعود للطاقة الإشعاعية الفضل في تقريب درجات حرارة الأجزاء المختلفة على سطح الأرض من بعضها البعض. كما أن عامل التوصيل الحراري ليس له أثر يذكر في تسوية الحرارة بين الأجزاء وإنما جميع الفضل في تقريب درجات الحرارة للمناطق المختلفة على الأرض يعود إلى الهواء الجوي ومياه المحيطات والبخار، كما تساعد الرياح في تقريب الفروق بين الدرجات. فالهواء البارد عند القطبين يهب جنوباً تجاه خط الاستواء وكذلك الهواء الساخن يتدفق شمالاً من المناطق الاستوائية.

ولما كانت المياه تكون ثلاثة أرباع سطح الأرض ولذلك تمتص مياه المحيطات الطاقة الشمسية في بعض الأماكن وتحويلها إلى أماكن أخرى عن طريق تيارات المحيط. وفي المناطق الاستوائية توفر طاقة الشمس الطاقة اللازمة لتصعيد الماء وتحويله إلى بخار فيكون

جزءاً من الجو ويتحرك مع الهواء على شكل سحب وتتجه عن طريق الرياح التجارية إلى مناطق خطوط عرضها كبيرة وهناك تسقط الأمطار حيث تكون درجات الحرارة أقل ويفقد البخار حرارته الكامنة متحولاً إلى ماء.

عندما كانت الظروف المعتادة تسيطر على حالة الجو كانت الرياح ودرجة رطوبة الهواء ودرجة الحرارة والدورة المائية هي التي تحدد حالة الجو في منطقة ما. أما الآن تلقى دراسة هذه المتغيرات وانحرافاتها عن قيمها المعتادة أهمية كبرى نتيجة انتشار ملوثات الهواء وزيادة تركيز غازات الصوبة الزجاجية كثاني أكسيد الكربون. إذ تؤثر هذه الملوثات على درجة حرارة الجو وبالتالي على مناخ المناطق المختلفة مما يؤدي إلى تصحر بعض المناطق التي كانت خضراء وتؤدي كذلك إلى سقوط سيول وحدوث أعاصير في مناطق أخرى لم تكون تعرف تلك الظواهر.

فيزياء الجو:

يمكننا وصف تحركات كتل الهواء الكبيرة في الجو بواسطة قوانين الفيزياء البسيطة ونظرية الحركة للغازات. وسنعتبر أن حركة الهواء خطية أي لا دوران فيها وبذلك نتعرف على الظواهر الجوية بدلالة السرعة والمكان. بديهي أن كتلة الهواء تظل ثابتة بالرغم من تدفقه ولذلك سنستخدم قانون الاستمرارية الذي يكتب معادلته على الصورة: . (VA=constant)

نعتبر جيباً صغيراً من الهواء الجوي كثافته (ρ) ويخضع لقانون الحركة للغازات. ضغط الهواء (P) في هذا الجيب هو:

$$P = \rho R T$$

عندما يكون الهواء جافاً.

ومن المعادلة العامة للغازات تكون معادلة التغير الأدياباتي:

$$PV^{\gamma} = \text{constant}$$

وبمعرفة أن: $C_p - C_v = R$

وأن: $\gamma = C_p / C_v$

كما أن: $TV^{\gamma-1} = \text{constant}$

نحصل على المعادلة:

$$TP^{-R/Cp} = constant$$

التي تعطينا تغير درجة حرارة الهواء مع الارتفاع. وقد وجد أن التمدد الأدياباتي للهواء على الارتفاعات المختلفة يسبب نقص درجة الحرارة بمقدار ١٠ درجات مئوية لكل ارتفاع قدره كيلومتراً واحداً.

ولكي يظل قانون بقاء الطاقة في جيب الهواء الجوي المعنى صحيحاً نعتبر أن طاقة الشمس من فوق والإشعاع الحراري من الأرض وعوامل أخرى تعمل على تسخين هذا الجيب معادلاً بذلك نقص الطاقة نتيجة للتمدد الأدياباتي لهذا الجيب. وتساعد الرطوبة في الجو على توازن الطاقات المفقودة والمكتسبة عن طريق الطاقة الكامنة لتصعيد الماء.

ومن ناحية المبدأ يمكننا حل معادلات الحركة للهواء الجوي، ولكن ذلك ليس سهلاً. وبدلاً من اعتبار جيب صغير من الهواء للمعالجة النموذجية لهذه الحركة فإن من الضروري أخذ متوسطات لمثل هذه الجيوب التي تحتوي على عدد كبير من الجزيئات. وبديهي أن مثل هذه المتوسطات لا تعطينا نتائج أكيدة ولكن تقريب لها.

ولما كانت معادلات حركة الهواء الجوي لا خطية لذلك ليس ممكناً الحصول على النشرات الجوية بشكل مؤكد وقد أظهرت النظريات الحديثة في فوضى النظم الحركية أن حل المعادلات اللاخطية قد يؤدي إلى احتمال حدوث حالات من الفوضى التي يعتمد حدوثها على الظروف الأولية للنظام وحالته الابتدائية، ويؤخذ حدوث هذه الفوضى كسبب مباشر للأخطاء التي كثيراً ما تحدث للرصد الجوي دون سبب ظاهر ومثال على حالة الفوضى الجوية هذه، هو ما يحدث في منطقة مثلث برميودا وما يعرف باسم (مثلث الشيطان) الذي لا تدخله سفينة أو طائرة إلا وكان في ذلك نهايتها الأكيدة وقد قنن عالم الميتيورلوجيا لورنس حالة الفوضى الجوية التي تحدث في برميودا وأظهرها على الكمبيوتر وسيأتي الكلام عن ذلك فيما بعد عند معالجة نظرية الفوضى في النظم الحركية.

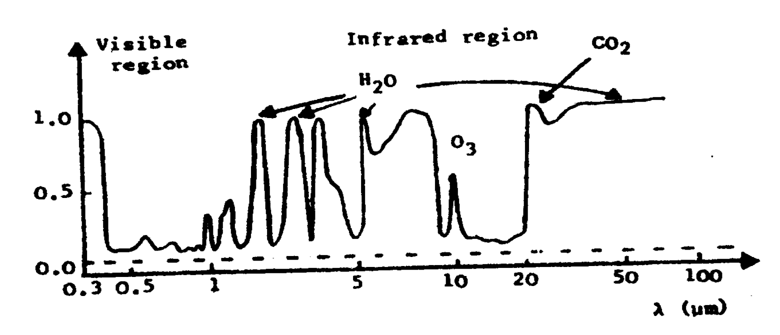
ثاني أكسيد الكربون (CO_2) في الهواء وظاهرة الصوبة الزجاجية:

لجزيء غاز ثاني أكسيد الكربون التركيب المبين بشكل (٥-٣) وتعمل الرابطة التساهمية في ترابط ذرتي الأكسجين مع ذرة الكربون حيث يشترك إلكترون بين ذرتين

متجاورتين وتسبب هذه الرابطة في أن تتخذ كل ذرة وضع اتـزان ثابـت في الجـزيء فـإذا حدثت إثارة للجزيء تحركت الذرات بالنسبة لبعضها البعض وبـذلك تختـزن الطاقـة في الجزيء كطاقة حركة وينظر عادة لقوة الترابط بين الذرات وكأنهـا زنـبرك لـه ثابـت قـوة معين وتتحرك جميع الزنبركات عند إثارة الجزيء.

وهناك درجات حرية مختلفة لحركة الجزيء كالحركـات التذبذبيـة في اتجـاه المحـاور (x,y,z) وكذلك الحركات الدورانية حول هذه المحاور وقد وجـد أن الـترددات الرنينيـة للحركة التذبذبية لجزيء ثاني أكسيد الكربون تقع في منطقة طيف الأشعة الحراريـة تحـت الحمـراء وكـذلك هـو الحـال بالنـسبة لجزيئـات الأوزون (O_3) ولجزيئـات المـاء (H_2O) الموجودة في الجو. ولما كان الإشعاع الحراري من الأرض يقع في منطقة طيف الأشعة تحت الحمراء لذلك تستثار هذه الجزيئات للحركة وتمتص جزءاً من الطاقة الحرارية المفـروض أن تفقدها الأرض لحدوث الاتزان الحراري بين الأرض والشمس. ولذلك يـسخن جـو الأرض نتيجة لامتصاص جزيئات غازات الصوبة الزجاجيـة لهـذه الحـرارة واحتفاظهـا بالطاقة في داخلها على شكل طاقة حركة داخلية في الجزيئات. وتـسمى هـذه الظـاهرة بــ (أثر الصوبة الزجاجية) (Greenhouse effect). ويظهـر هـذا الأثـر بوضـوح في طيـف الامتصاص للأشعة المارة بالهواء الجوي والمبينة بشكل (٥-١٤).

يبين شكل (٥-١٤) أيضاً وجود نافذة جوية للأشعة المرئية بين طيف الأشعة تحت الحمراء والأشعة فوق البنفسجية وهذه النافذة تسمح لضوء الشمس المرئي بالوصول إلى الأرض. ويلاحظ أيضاً حدوث رنين متعدد لجزيئات بخار الماء في الجو وتظهرهـا القمـم في طيف الأشعة ويؤثر ذلك تأثيراً مباشراً على متوسط درجة حرارة الأرض التي تصل إلى ٢٨٧ كلفن ولـيس ٢٥٥ كلفـن كـما تقـدرها حـسابات الاتـزان الحـراري بـين الأرض والشمس.



شكل (٥-١٤) طيف الامتصاص لجو الأرض عند سطح البحر

يلاحظ القمم في الامتصاص التي تسببها غازات الصوبة الزجاجية مثل (H_2O,O_3,CO_2).

ظاهرة الاحتباس الحراري:

تتحدد متوسط درجة حرارة الأرض كما تتحدد بدراسة الإشعاع الكهرمغنطيسي من الشمس بما يقترب من -١٩ درجة مئوية. ولحسن الحظ تعمل طبقة الهواء الجوي المحيطة بالأرض عمل دثار. يتكون من غازات الصوبة الزجاجية يلف حول الأرض لتدفئتها ولذلك تبلغ متوسط درجة الحرارة على الأرض +١٤ درجة مئوية أي أكبر بمقدار ٣٣ درجة مئوية عما تقدره الحسابات. ولا يتكون الهواء الجوي من غازي الأكسجين والنتروجين فقط اللذان يكوّنان هذا الدثار ويحفظان للأرض حرارتها ولكن هناك أيضاً نسب قليلة من أبخرة وغازات مثل بخار الماء وغاز ثاني أكسيد الكربون تؤدي نفس العمل.

لقد بدأت مشكلة الزيادة في سخونة الأرض وظاهرة الصوبة الزجاجية مع بداية عصر التصنيع وما تبعه من زيادة في حرق الوقود الحفري وما ينتج عنه من غاز ثاني أكسيد الكربون. ولم تعد عملية التمثيل الضوئي في النباتات الخضراء قادرة على استيعاب هذا القدر الكبير من غاز ثاني أكسيد الكربون لتحويله إلى غاز أكسجين لفائدة البشر ولصالح عمليات التنفس الحيوي. وقديماً كانت عملية التمثيل الضوئي في النباتات قادرة على

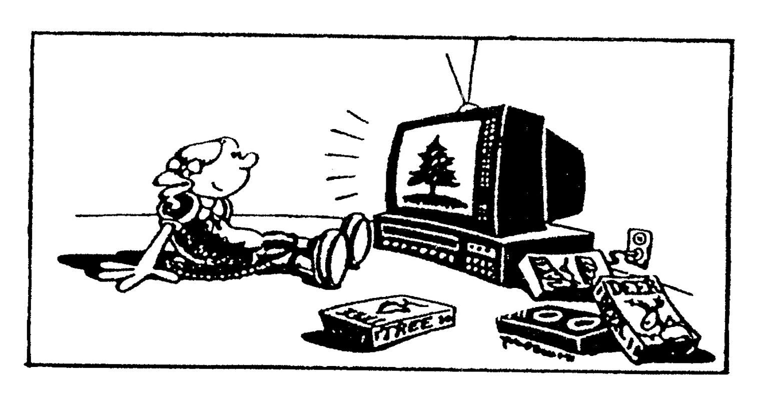
حفظ الاتزان وتحجيم كمية غاز ثاني أكسيد الكربون في الهواء الجوي. أما الآن فالزيادة في تعداد البشر والزيادة المطردة في استخدام التكنولوجيا الحديثة التي تحتاج لعمليات احتراق للحصول على طاقة التشغيل تسببت في زيادة نسبة وجود ثاني أكسيد الكربون في الهواء. وليس ذلك فحسب ولكن الاتساع في عملية قطع أشجار الغابات لتهيئة الأرض للزراعة زادت المشكلة تفاقماً حيث نقصت آليات تحويل ثاني أكسيد الكربون إلى أكسجين في عمليات التمثيل الضوئي. كل ذلك تسبب في بدء ظهور عدم الاستقرار في حالة الجو على سطح الأرض. وإذا لم تؤخذ النصائح التالية في الاعتبار فقل على أرضنا السلام:

١ - ضرورة التحكم في حرق الوقود الحفري (الفحم والبترول) والكتلة الحية (biomass).

٢ - تحسين كفاءة الآلات الحرارية في المصانع وغيرها للإقلال من العادم.

٣ - استعمال طاقات جديدة ومتجددة غير ملوثة للهواء الجوي مثل الطاقة الشمسية، والبطاريات الهيدروجينية التي عادمها الماء.

٤ - تنظيم النسل في جميع الدول ؛ حيث تؤدي الزيادة السكانية غير المحسوبة إلى زيادة تلوث البيئة.



شكل (٥-١٥)

١– آثارها على الزراعة

إن التغيرات المناخية تكون مصحوبة دائماً بإزاحة خضرية إذ تتغير أنواع النباتات في المناطق المختلفة وفقاً للتغيرات في الطقس. ومن المعروف أن المحاصيل التي يجنيها الفلاحون هي مصدر قوتهم وحياتهم. وبتغير الجو يتحتم عليهم تغيير نوع زراعاتهم لتوائم حالة الطقس وما يتبع ذلك من تغيير في فنون الزراعة وطرقها. وارتفاع درجة الحرارة يدفع بعض الفلاحين إلى النزوح شمالاً حيث الدرجة أقل. وقد بينت دراسة علمية إزاحة حزام القمح على الكرة الأرضية بمقدار ١٧٥ كيلومتراً شمالاً في نصف الكرة الأرضية الشمالي وبنفس المقدار جنوباً في نصف الكرة الجنوبي إذا ما ارتفع متوسط درجة الحرارة اليومية درجة واحدة مئوية كما أن المحاصيل سوف تقل بضعة في المائة.

كما أن تغير الدورة المائية وسقوط الأمطار سوف تؤثر على مصادر المياه في المناطق المختلفة من العالم مما سيسبب حدوث تصحر في مناطق زراعية إذ إن النقص المتوقع في مياه تلك الأنهار التي تغذي عملية الزراعة سوف يكون لها أثاراً مدمرة ويتم تحويلها على مناطق جرداء. ومن الأرجح عند حدوث ذلك أن تقوم الحروب بين الأمم بسبب قطرة المياه.

٢– ارتفاع مياه المحيطات والبحار

لقد ارتفع مستوى سطح البحر بمقدار ١٤ سم خلال هذا القرن وكان معدل الارتفاع في النصف الثاني من القرن أكبر كثيراً من النصف الأول إذ بلغ ثلاثة وعشرين سنتيمتراً. وفي عام ١٩٨٩ أعلن علمياً أن الزيادة في هذا الارتفاع مستمرة وتبلغ ٢٥ , ٠ سم كل عام. ويرجع بعض العلماء هذه الزيادة إلى تمدد المياه نتيجة ارتفاع درجة الحرارة بمقدار ٥ , ٠ درجة مئوية منذ عام ١٨٨٠. وإذا ما استمرت درجة الحرارة في الارتفاع فسوف تبدأ ثلوج المناطق القطبية في الذوبان وسيؤثر ذلك حتماً على مناخ الأرض وإنقاص ظاهرة الألبيدو (albedo) التي تحدث عند القطبين وفيها تعكس الثلوج البيضاء أشعة الشمس. وبذوبان الثلج وحلول المياه والأراضي محل الجليد تقل انعكاسية الأشعة ويزداد الخلل في الاتزان الحراري للأرض.

كيف نقلل من أخطار ظاهرة الصوبة الزجاجية؟

يؤدي حرق الوقود الحفري من فحم وبترول إلى إضافة الكثير من غازات الصوبة الزجاجية وبحساب بسيط ومن معرفة مقدار ما يحرق من فحم وبترول كل عام نجد أن كل إنسان على سطح الأرض يضيف في المتوسط طناً من غاز ثاني أكسيد الكربون كل عام. وجزيئات هذا الغاز مثل جزيئات الغازات الأخرى متعددة الذرة (H_2O, CH_4, NO_2) تمتص الأشعة تحت الحمراء وتختزنها كطاقة حركة دورانية وتذبذبية داخل الجزيئات وذلك لوجود درجات حرية كثيرة بها. وهذه الخاصية الذاتية في مثل هذه الجزيئات هي التي يتسبب عنها ظاهرة الصوبة الزجاجية وهي التي تمنع عودة الأشعة الحرارية المرتدة من الأرض إلى الفضاء الخارجي وتسبب ارتفاع درجة حرارتها.

وإضافة إلى زيادة تركيز غاز ثاني أكسيد الكربون في الهواء الجوي فإن حرق الكتلة الحية (biomass) يزيد من تركيز غاز (NO_2) كما تفعل الثورات البركانية وانطلاق الغازات من البراكين وهذه لا يتحكم فيها إنسان. وتعود أيضاً زيادة غاز (NO_2) في الجو إلى الزيادة المطردة في استخدام المخصبات للزراعة وهي مركبات نتروجينية. وينتج غاز الميثان (CH_4) عن طريق مخلفات هضم الحيوانات، كما أن زراعة الأرز مصدر رئيسي في إنتاج هذا الغاز.

كل العوامل السابقة رفعت من درجة الحرارة المتوسطة للأرض بمقدار نصف درجة مئوية خلال المائة عام الماضية فوق المعدل المعتاد. وسيؤدي استمرار الارتفاع في الدرجة إلى حالة عدم استقرار في المناخ الأرضي ينتهي بنا إلى كارثة تدمر مستقبل البشرية. ويمكن العمل على تفادي هذا المستقبل المظلم بالدعوة إلى ما يأتي:

١ - التحكم في حرق الوقوف الحفري والكتلة الحية.

٢- تجنب استخدام الكهرباء في محطات القوى الحرارية.

٣- زيادة كفاءة تشغيل الآلات الحرارية في الصناعة.

٤- استخدام الطاقات الجديدة والمتجددة غير الملوثة كطاقة الشمس.

٥- عدم التوسع في مشاريع تدوير المخلفات.

٦- الإقلال من استخدام السيارات في الاستعمال الشخصي ونقل البضائع.

٧- التحكم في عمليات قطع أشجار الغابات وتجارة الأخشاب.

٨- عدم حرق المواد العضوية بلا داع.

٩- ضرورة التحكم في تعداد البشر وزيادة الدعوة لتحديد النسل حتى يمكن للعالم أن يسير في بحر الأمان.

ومن واجب جميع دول العالم المتقدمة والنامية أن تعمل جادة للتحقق من ذلك إذ إننا جميعاً نستقل قارباً واحداً يسير بنا في بحر الحياة فإما نعيش معاً أو نموت جميعاً.

تمارين:

١ - احسب كتلة لتر من الأيدروجين الرطب المجموع فوق الماء في ١٥°م إذا كان ارتفاع البارومتر ٧٦,٥سم وكثافة الأيدروجين في المعدلين ٠,٠٠٠٠٨٩جم/سم^{٣} وكثافة بخار الماء تسع أمثال كثافة الأيدروجين (ضغط بخار الماء المشبع في ١٥°م = ١٠,٢٧سم زئبق).

الحل:

الضغط الجزئي للأيدروجين الجاف = ٧٦,٥ - ١,٢٧ = ٧٥,٢٣ سم زئبق

كتلة لتر أيدروجين جافاً في ١٥° وضغط ٧٥,٢٣ سم زئبق

$$= ٠,٠٠٠٨٩ \times ١٠٠٠ \times \frac{٣٧٣}{٢٨٨} \times \frac{٧٥,٢٣}{٧٦} \text{ جم}$$

كتلة لتر من بخار الماء في ١٥°م وتحت ضغط ١,٢٧ سم زئبق

$$= ٩ \times ٠,٠٠٠٨٩ \times ١٠٠٠ \times \frac{٢٧٣}{٢٨٨} \times \frac{١,٢٧}{٧٦} \text{ جم}$$

وبجمع المقدارين تكون الكتلة الكلية للتر الأيدروجين الرطب

= ٠,٠٩٦٢ جم

٢ - أوجد كتلة لتر من الهواء في ٢٩°م وضغط ٧٥ سم زئبق إذا كانت الرطوبة

النسبية ٦٠٪ علماً بأن ضغط البخار المشبع في ٢٩ ْم = ١,٧٥ سم زئبق، كثافة البخار في درجة الصفر المئوي وتحت ضغط ٧٦ سم زئبق = ٠,٨٠٦ جم/ لتر وكثافة الهواء في م.ص.د = ١,٢٩٣ جم/ لتر.

الحل:

ضغط البخار في الهواء = ١,٧٥ × ٠,٦ = ١,٠٥ سم زئبق

ضغط الهواء الجاف = ٧٥ - ١,٠٥ = ٧٣.٩٥ سم زئبق.

$$\text{كتلة لتر من الهواء الجاف} = ١,٢٩٣ \times \frac{٢٧٣}{٢٩٣} \times \frac{٧٣,٩٥}{٧٦} = ١,١٧ \text{ جم}$$

$$\text{كتلة لتر من الهواء الجاف} = ١,٢٩٣ \times \frac{٢٧٣}{٢٩٣} \times \frac{١,٠٥}{٧٦} = ٠,٠١٠٣ \text{ جم}$$

الكتلة الكلية = ١,١٧ + ٠,٠١٠٣ = ١,١٨٠٣ جم

٣- أوجد النسبة التي يتكثف بها بخار الماء من الهواء عندما تنخفض درجة حرارته من ٢٠ ْم إلى ٥ ْم؟ علماً بأن الرطوبة النسبية عند درجة ٢٠ ْم كانت ٦٠٪.

(ضغط البخار المشبع عند درجة ٢٠ ْم= ١,٧٥ مم زئبق وعند درجة ٥ ْم =٠,٦٥ مم زئبق).

٤- أوجد كمية بخار الماء الموجود في غرفة أبعادها ٣ × ٥ × ٥ أمتار عند درجة ٢٥ ْم؟ علماً بأن نقطة الندى عند درجة ١٢ ْم. (ضغط البخار المشبع عند درجة ١٢ ْم = ١٠,٤٣ مم زئبق وعند درجة ٢٥ ْم = ٢٣,٥٢ مم زئبق).

٥- يستطيع مصباح بنزن تسخين ٢ كيلوجرام من الماء من درجة ١٠ ْم إلى درجة ٨٠ ْم في ١٠ دقائق. ما هي كمية البخار التي تنتج في الساعة عند غليان الماء؟

٦- أنبوبة ضيقة منتظمة المقطع مغلقة من أحد طرفيها وتحتوي على هواء رطب تحبسه قطرة من الماء. في درجة ١٥ ْم كان طول عمود الهواء الرطب ١٠,٥٧ سم ولما رفعت درجة الحرارة إلى ٦٠م أصبح طول عمود الهواء الرطب ١٤,٩٩ سم فإذا كان الضغط الجوي أثناء التجربة ٧٤٧,٨مم زئبق وكان ضغط بخار الماء المشبع في درجة ١٥ ْم هو ١٢,٨ مم زئبق أوجد ضغط بخار الماء المشبع عند ٦٠ ْم؟

الباب الثالث عشر

الديناميكا الحرارية

Thermo – dynamics

الديناميكا الحرارية هو العلم الذي يربط الحرارة بالطاقة الميكانيكية وتحويل أي منهـا للآخر ويعتمد هذا العلم أساساً على قانون بقاء الطاقة الذي يـنص عـلى أنـه إذا حـدثت تغيرات نوعية في الطاقة داخل مجموعة معزولة فإن مجموع الطاقات المتفاعلـة قبـل وبعـد حدوث التغير لابد أن تتساوى. ويجب ملاحظة أن المادة (كما أثبت أينشستين) هـي نـوع من الطاقة المتجمدة، إذ إن الجرام من المادة يمكن تحويله كلية إلى طاقـة تكـافئ مـا قيمتـه عددياً مربع سرعة الضوء من الأرجات؛ ولذلك يجب عدم الفصل بين المادة والطاقة عند تطبيق قانون البقاء لهما.

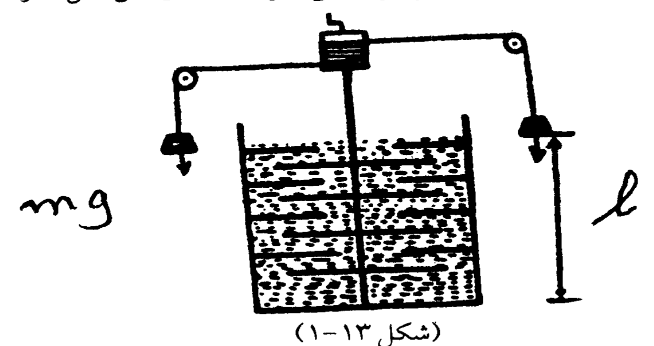
١٣ – ١ القانون الأول للديناميكا الحرارية:

يعبر هذا القانون عن العلاقة بين الشغل والحرارة. فإذا تم تحويل كميـة مـن الطاقـة الميكانيكية إلى طاقة حرارية داخل أي مجموعة معزولة فإنه يوجد تناسب بسيط بـين هـذه الطاقـات ويـسمى ثابـت التناسـب (بالمكـافئ الميكـانيكي الحـراري) وتقـدر قيمتـه بـــ ٤,١٨ جول/ سعر. وقد كان جول هو أول من أجرى تجارب منظمة لدراسة هذا التحول وتعيين ثابت التناسب. وبالرغم من بدائية تجارب جـول إلا أن الثابـت الـذي أوجـده لا يزال يحتفظ بقيمته العلمية برغم العديد من التجارب الأكثر دقة والتي أجريت بعد ذلـك لتعيين هذا الثابت. ويعود السبب في ذلك إلى كثرة التكرار الذي مكَّن جول من أن يحصل على متوسط صحيح للمكافئ الميكانيكي الحراري لا يتوقف على أخطاء تجربته.

١٣ – ٢ تجربة البدالات لجول:

يتركب كهاز جول كما مبين في شكل (١٣-١) من مسعر أسـطواني مثبـت بجدرانـه ألواح معدنية يتحرك بينها بحرية مجموعة مـن البـدالات تتـصل بمحـور رأس مثبـت في

نهايته أسطوانة ملفوف حولها خيط يمر طرفيه على بكرتين ويتدلى من كل طرف ثقل



(شكل ١٣-١)

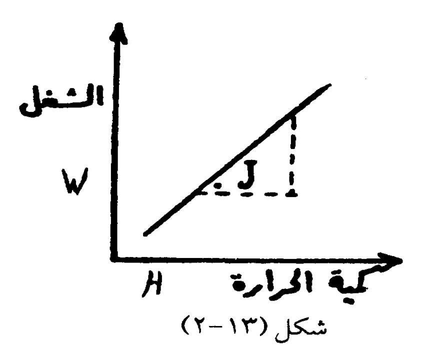
ك جرام. يوضع ماء بالمسعر وتقاس درجة حرارته بواسطة ترمومتر حساس. إذا ترك الثقلان يسقطان مسافة ف سم دار المحور الرأسي داخل المسعر محركاً البدالات التي تدعك الماء بين الألواح الثابتة والأخرى المتحركة فيتحول بذلك الشغل الميكانيكي إلى طاقة حرارية بسبب الاحتكاك الحادث بين طبقات الماء المختلفة. وبتكرار رفع الأثقال وتركها تسقط.

تمكن جول من تحويل كميات مختلفة من الطاقة الميكانيكية وكذلك من حسب كميات الحرارة المناظرة التي يكتسبها المسعر ومحتوياته نتيجة لذلك وجد أن العلاقة خطية بين الشغل الميكانيكي W وكمية الحرارة المتولدة H .

أي إن $W = J.H$

حيث J هو مقدار ثابت عبارة عن ميل الخط المستقيم الذي يربط العلاقة بين W ، H وقد أسماه جول (المكافئ الميكانيكي للحرارة) كما وجد أن قيمته تساوي ٤,١٨ جول/ سعر.

وقد حسب جول الطاقة الميكانيكية من طاقة الموضع للأثقال الساقطة إذ إن في كل مرة سقوط من الكتلتين تتحول كمية من الطاقة الميكانيكية قدرها ٢ ك حـ ف إرجاً إلى سعرات داخل الماء. فإذا تكرر رفع وإسقاط الكتل n مرات وتسبب عنها رفع في درجة حرارة المسعر ومحتوياته T درجات مئوية فإن:



شكل (١٣-٢)

الطاقة الميكانيكية = 2 m g L . n إرج

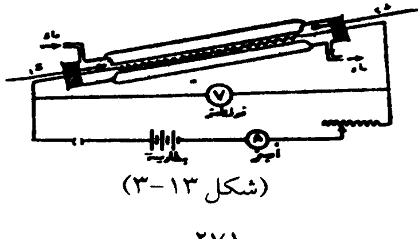
والطاقة الحرارية المكافئة = M.T سعراً

حيث M هو المكافئ المائي للمسعر ومحتوياته.

١٣-٣ تجربة كالندروبارن لتعيين المكافئ الكهربائي الحراري:

وتسمى بطريقة التدفق المستمر إذ يتم فيها تحويل كمية معلومة من الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية يمتصها تيار منتظم من الماء البارد يمر على سلك التسخين.

يتركب الجهاز كما في شكل (١٣-٣) من سلك مقاومة موضوع داخل أنبوبة زجاجية يمكن إمرار تيار بطيء من الماء بداخلها مع قياس درجتي حرارة الماء عند مدخل الأنبوبة T_1 وعند مخرجها T_2°c . يمرر تيار كهربائي في السلك بواسطة دائرة كهربائية ويقاس شدة التيار المار I بواسطة أميتر وفرق الجهد V بين طرفي السلك بواسطة فولتمتر. يتولد نتيجة لذلك طاقة حرارية يكتسبها تيار الماء عند مروره على المسلك فترتفع درجة حرارته. ينتظر حتى الوصول إلى حالة الاتزان الحراري ويتم ذلك عندما


(شكل ١٣-٣)

تثبت درجة حرارة الماء الخارج من الأنبوبة وتتكافأ عندئذ كميتي الطاقة الكهربائية الحرارية. يقاس معدل التدفق للماء في الثانية وذلك بجمع كمية منه في زمن معين وبقياس كتلته نعين كتلة الماء التي تمر على السلك في الثانية الواحدة ولكن m حم/ ثانية.

كمية الحرارة المكتسبة من الماء في الثانية = $m \times 1 \times (t_2 - t_1)$ سعراً.

الشغل الكهربائي المبذول في الثانية = I . V جول/ ثانية.

وبذلك نوجد المكافئ الكهربائي الحراري J من المعادلة:

$$IV = J \cdot m (T_2 - T_1) \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (13 - 1)$$

عند إجراء التجربة السابقة أهملنا كمية الحرارة التي فقدها الماء بالإشعاع للجو أثناء مروره على سلك التسخين. ولتصحيح هذا الخطأ نفرض أن كمية الحرارة المفقودة في الثانية الواحدة للجو هي H سعر/ ثانية. وبذلك يكون معدل الشغل المبذول في الثانية مكافئاً لمعدل التسخين للماء + معدل فقد الحرارة بالإشعاع: أي إن

$$IV = J [m(T_2 - T_1) + H] \ldots \ldots \ldots \ldots (13 - 2)$$

إذا أعيد إجراء التجربة مع تغيير كل من شدة التيار الكهربائي والتيار المائي بحيث نحتفظ بحرارة الماء الخارج من الأنبوبة عند نفس الدرجة T_2 تصبح المعادلة في حالة الثانية هي:

$$I`V` = J [m` (T_2 - T_1) + H] \ldots \ldots \ldots \ldots (13 - 3)$$

حيث (I`,V`) هما شدتا التيار وفرق الجهد على السلك في التجربة الثانية m_1 هو معدل التدفق الجديد. ويلاحظ أن كمية الحرارة المفقودة بالإشعاع في الثانية لم تتغير وذلك لأن معدل تبريد الجسم يظل ثابتاً طالما ظل الفرق بين درجة حرارته ودرجة حرارة الوسط المحيط ثابتاً، وهذا ما ينص عليه قانون نيوتن للتبريد. وبطرح المعادلتين السابقتين (١٣-٢) ، (١٣-٣) لحذف المقدار المجهول ح نحصل على:

$$I`V` - IV) = J [(m` - m)(T_2 - T_1)]$$

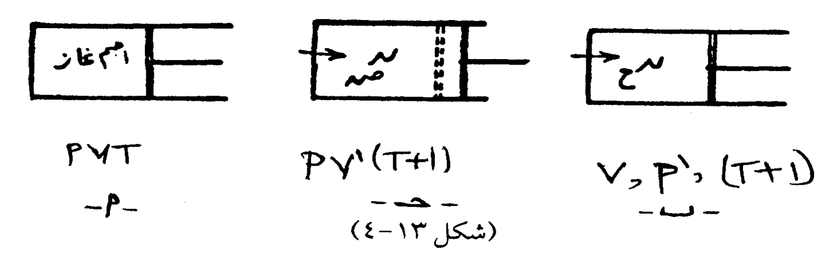
ومنها تتحدد قيمة المكافئ الكهربائي J وتكون قيمته في هذه الحالة مصححة لخطأ الإشعاع.

وتستخدم طريقة كالندر وبارن في بعض الأحيان لإيجاد الحرارة النوعية لغاز تحت

ضغط ثابت وذلك بفرض معرفة قيمة المكافئ الكهربائي الحراري.

١٣-٤ الشغل الميكانيكي الذي يبذله غاز عند التمدد الحر:

نفرض جراماً واحداً من غاز موضوع داخل أسطوانة يقفلها مكبس،



(شكل ١٣-٤)

(شكل ١٣-٤)، وأن حالة الغاز الابتدائية «أ» من حيث الضغط والحجم ودرجة الحرارة هي على الترتيب PVT إذا ثبتنا وضع المكبس بحيث نحفظ حجم الغاز V ثابتاً ثم أعطينا الغاز كمية من الحرارة تكفي لرفع درجته درجة واحدة مئوية فإن هذه الكمية تعرف بالحرارة النوعية للغاز تحت حجم ثابت C_v وتستخدم هذه الحرارة في رفع طاقة الحركة لجزيئات الغاز وبذلك يزداد ضغطه ويصبح `P وتمثل الغاز عندئذ الحالة «ب» كما في الشكل حيث أصبح الضغط والحجم ودرجة الحرارة هي $(P`,V, T+1)$.

إذا بدأنا مرة أخرى من الوضع «أ» حيث حالة الغاز (PVT) ثم أعطيناه كمية من الحرارة تكفي لرفع درجته درجة واحدة مئوية مع ترك المكبس حر الحركة في هذه الحالة لكي يظل ضغط الغاز ثابتاً تكون هذه الكمية الحرارية وفقاً للتعريف هي الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت C_p يزداد حجم الغاز V_1 إلى V وتكون حالته النهائية ممثلة بالوضع «حـ» كما في الشكل.

واضح أن الغاز قد بذل شغلا ميكانيكا لكي يحرك المكبس للخارج حتى يظل الضغط ثابتاً لهذا الشغل المكافئ حرارياً. يجب تزويد الغاز به زيادة على كمية الحرارة اللازمة لرفع طاقة حركة جزيئاته وبالتالي درجة حرارته درجة واحدة مئوية كما حدث في الحالة «ب» عندما ثبتنا الحجم ومنعنا الغاز من التمدد. ومن هذا يتضح أن:

المكافئ الحراري للشغل الميكانيكي المبذ ِل ليتمدد الغاز + $C_p = C_v$

ولتعيين مقدار هذا الشغل نفرض أن مساحة مقطع الأسطوانة المحتوية للغاز هي A سم² وأن المكبس قد تحرك مسافة x أثناء تمدد الغاز من الحجم V إلى الحجم `V .

القوة المؤثرة عمودية على المكبس = ضغط الغاز × مساحة المكبس.

= P.A داين.

الشغل الميكانيكي المبذول = القوة × المسافة .

= P.A.x إرج

ولكن س . ف هو التغير في حجم الغاز بالتمدد أي إن:

$$V` - V = A \cdot x$$

∴ الشغل الميكانيكي المبذول = $P(V` - V)$ إرجاً

ويكون المكافئ الحراري لهذا الشغل = $\frac{P}{J}(V`-V)$

حيث J هو المكافئ الميكانيكي للحرارة . وبتطبيق القانون العام للغازات PV=RT حيث R هو ثابت الغاز للجرام يكون:

المكافئ الحراري للشغل

$$= \frac{1}{J}[P(V`-V)] - \frac{P}{J}[R(T`-T)]$$

$$= \frac{R}{J}[T+1-T] = \frac{R}{J} \ldots\ldots\ldots\ldots (13-4)$$

إذ إن درجة الحرارة T_1 أكبر من T بمقدار درجة واحدة مئوية وتصبح:

$$C_p = C_v + \frac{R}{J} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13-5)$$

١٣ – ٥ التغيرات الطبيعية مع ثبوت كمية الحرارة : Adiabatic change

إذا أحدثنا تغييراً على حالة مجموعة معزولة بحيث لا يدخلها أو يخرج منها أي كمية حرارية سمى هذا التغير (تغيراً أدياباتيكياً) فمثلا إذا تمدد غاز مع ثبوت كمية حرارته فإن الشغل الخارجي المبذول يكون على حساب طاقة الداخلية للغاز؛ ولذلك تنخفض درجة

حرارته. ويحدث العكس في حالة انضغاط الغاز فترتفع درجة حرارته لزدياد طاقته الداخلية بما يكافئ الشغل الخارجي المبذول عليه.

معادلة التغير ثابت الحرارة الأديابتيكي:

لا تصلح معادلة الغاز التام PV=RT لكي تصف التغير في حالة غاز عند ثبوت حرارته. ولإيجاد هذه المعادلة نفرض ١ جم من غاز داخل مجموعة معزولة وأن حالته يمثلها (P,V,T).

إذا أعطينا المجموعة كمية صغيرة من الحرارة H فإنها تتسبب في أن يبذل الغاز شغلا قدره dw ، وتتغير كذلك الطاقة الداخلية للمجموعة بمقدار dU من القانون الأول للديناميكا الحرارية (صورة من قانون بقاء الطاقة).

$$\therefore dH = dU + \frac{dw}{J}$$

لكن إذا كان ضغط الغاز P والتغير الذي نتج في الحجم هو dV فإن dw=PdV أي إن:

$$dH = dU + \frac{PdV}{J} \dots\dots\dots\dots\dots \quad (13-6)$$

إذا كانت درجة حرارة الغاز T فإن الحرارة النوعية للغاز تحت حجم ثابت (dV=0) هي Cv فإن $C_V = \left(\frac{dH}{dT}\right)_\upsilon$ حسب تعريف الحرارة النوعية

وتساوي أيضاً $\left(\frac{dU}{dT}\right)_V$ وترمز υ تحت القوس إلى ثبوت الحجم.

$$\therefore dU = C_V dT \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (13-7)$$

وتصبح معادلة القانون الأول الديناميكا الحرارية هي:

$$\therefore dH = C_V dT + \frac{1}{J} PdV \dots\dots\dots\dots \quad (13-8)$$

يلاحظ هنا أهمية وجود المكافئ الميكانيكي الحراري، J في الحد الثاني للطرف الأيسر من المعادلة حتى تكون متجانسة الوحدات.

ولما كان التغير قد استحدث على المجموعة مع ثبوت الحرارة ح فإن:

$dV = 0$

أيضاً بمفاضلة القانون العام للغازات $PV = RT$

$$Vdp + PdV = RdT \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13-9)$$

وباستعمال المعادلات (١٣-٥) ، (١٣-٨) ، (١٣-٩) نحصل على:

$$\therefore C_V . \frac{PdV + VdP}{R} + \frac{1}{J} PdV = 0$$

$$C_V . PdV + C_V . Vdp + (C_P - C_V) PdV = 0$$

$$C_P . PdV + C_V . Vdp = 0$$

$$\therefore (C_P / C_V) . \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = 0$$

وبالتكامل

$$\frac{C_P}{C_V} \log V + \log P = \text{ثابت}$$

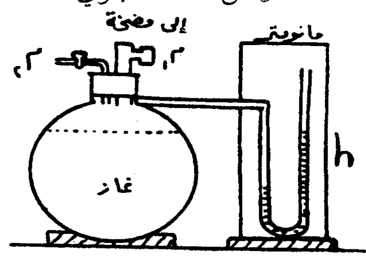
أي إن

$$P.V^{\gamma} = \text{ثابت} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13-10)$$

حيث المقدار γ = النسبة بين الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت وتحت حجم ثابت. وتعطي هذه المعادلة العلاقة بين الضغط والحجم للتغيرات ثابتة الحرارة.

تعيين قيمة γ عملياً:

نستخدم الجهاز المبين بشكل (١٣-٥) ويتركب من إناء كبير يحتوي على الغاز تحت الاختبار ويتصل بمضخة لضغط الغاز في الإناء ويقفلها صمام م١ . ويتصل كذلك بمانومتر لقياس الزيادة في ضغط الغاز عن الضغط الجوي.



(شكل ١٣-٥)

إذا بدأنا التجربة وكان ضغط الغاز P_1 ثم فتحنا الصمام م٢ المتصل مباشرة بالهواء الجوي ينخفض مباشرة الضغط إلى قيمة الضغط الجوي P_0 . ثم يقفل في الحال الصمام بعد ذلك. بما أن تمدد الغاز عند فتح الصمام يتم مع ثبوت الحرارة لذلك تنخفض الدرجة عن درجة حرارة الجو.

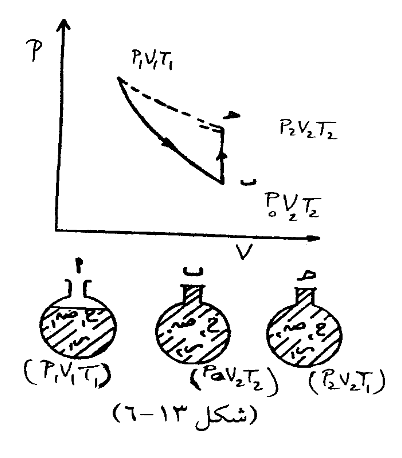
عندما يترك الجهاز بعض الوقت لتتساوى درجتي حرارة الغاز والجو يكون الغاز قد امتص من الجو كمية من الحرارة فيتمدد ويرتفع ضغطه من P_0 إلى P_2 ويكون الضغط النهائي P_2 هو نفس ضغط الغاز لو كان تمدد الغاز مع ثبوت درجة حرارته (isothermal).

ويمكن تمثيل تغيرات حالة الغاز على منحنى PV كما في شكل (١٣-٦) تمثل النقطة أ كتلة معينة من الغاز حجمها V_2 أقل من حجم الإناء $P < P_1$ إذا تمدد فجأة هذا الحجم من الغاز لكي يملأ الإناء تماماً فإننا نصل للنقطة ب حيث الضغط P. (ضغط جوي) ودرجة الحرارة $T_1 > T_2$

وبترك الغاز مدة لنصل إلى الاتزان الحراري فإن ضغط الغاز يرتفع إلى V_2 ونصل للنقطة حـ حيث درجة الحرارة هي نفس درجة حرارة الجو.

بما أن درجة حرارة كلاً من الحالتين أ ، حـ واحدة ينطبق لذلك قانون بويل:

$$P_1V_1 = P_2V_2$$



(شكل ١٣-٦)

وبما أن التغير من أ إلى حـ تغيراً أدياباتيكياً تكون معادلة التغير هي:

$$P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$$

وبحذف V_2 , V_1 من المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\frac{P_1}{P_0} = \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\gamma}$$

$$\therefore \ell og\ P_1 - \ell og\ P_0 = \gamma\left[\ell og\ P_1 - \ell og\ P_2\right]$$

$$\therefore \gamma = \frac{\ell og\ P_1 - \ell og\ P_o}{\ell og\ P_1 - \ell og\ P_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13-11)$$

وباعتبار أن الضغط داخل الإناء عند بداية التجربة هو

$$P_1 = P_0 + h_1$$

وإن الضغط النهائي داخله بعد التمدد الأدياباتي هو

$$P_2 = P_0 + h_2$$

حيث h_1 , h_1 هما الزيادة في قراءة المانومتر عن الضغط الجوي.

وبالتعويض في المعادلة (١٣-١١) نحصل على:

$$\gamma = \frac{\ell og\ P_0\left(1+\frac{h_1}{P_0}\right) - \ell og\ P_o}{\ell og\ P_0\left(1+\frac{h_1}{P_0}\right) - \ell og\ P_0\left(1+\frac{h_2}{P_0}\right)}$$

$$= \frac{\ell og\left(1+\frac{h_1}{P_0}\right)}{\ell og\left(1+\frac{h_1}{P_0}\right) - \ell og\left(1+\frac{h_2}{P_0}\right)}$$

وبفك اللوغاريتم وإهمال الحدود الصغيرة تؤول المعادلة إلى:

$$\gamma = \frac{\left(\frac{h_1}{P_0}\right)}{\left(\frac{h_1}{P_0}\right) - \left(\frac{h_2}{P_0}\right)} = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13-12)$$

وبقياس كل من الارتفاعين h_2 h_1 يمكن حساب قيمة الثابت γ

مرونة الغاز عند ثبوت الدرجة وعند ثبوت الحرارة:

من تعريف المرونة الحجمية B

B = الإجهاد/ الانفعال

$$= -dP/(dV/V) = -V\,(dP/dV)$$

حيث (P , V) هما حجم وضغط الغاز الابتدائيين ، dV هو النقص في الحجم الناتج عن الزيادة في الضغط بمقدار dP .

عند ثبوت درجة الحرارة ينطبق قانون بويل:

PV = ثابت

$$\therefore PdV + VdP = 0$$

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{P}{V}$$

وتكون المرونة عند ثبوت الدرجة هي: $B_T = -V \times \frac{-P}{\gamma} = P$

أما إذا كانت المجموعة معزولة وكمية الحرارة هي الثابتة فإن:

PV^{γ} = ثابت

$$\therefore \gamma V^{\gamma-1} dV.P + V^{\gamma}.dP = 0$$

$$\therefore \frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V}$$

وتكون المرونة الحجمية كعند ثبوت الحرارة هي:

$$B_V = -V \times -\frac{\gamma P}{V} = \gamma P$$

أي إن النسبة بين المرونة للغاز عند ثبوت الحرارة إلى مرونته عند ثبوت الدرجة تساوي النسبة بين الحرارة النوعية للغاز تحت ضغط ثابت إلى الحرارة النوعية له تحت حجم ثابت.

انتقال الصوت والتغير الأدياباتيكي:

ترتبط سرعة الصوت υ في أي وسط بمعامل مرونته الحجمي B وكثافة ρ بالمعادلة الآتية:

$$\upsilon = \sqrt{\frac{P}{\rho}} = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13-13)$$

وعند تطبيق هذه المعادلة في حالة الهواء الجوي واستخدام مرونة الهواء عند ثبوت الدرجة أي بالتعويض بدلا من B بقيمة الضغط الجوي P وجد أن سعة الصوت تقل كثيراً عن قيمتها المقاصة عملياً (٣٤٠ متر في الثانية) وقد فسر ذلك التناقض عن انتقال الصوت في الوسط يحدث تضاغطات وتخلخلات سريعة ينتج معها تغير في درجة الحرارة.

أي إن هذه التغيرات أديابتيكية ولا يصح عندئذ استخدام معالم المرونة عند ثبوت الدرجة، ولكن يجب استخدام المعامل عند ثبوت الحرارة. أي إنه يتم استبدال المرونة بالمقدار $P\gamma$.

$$\therefore \upsilon = \sqrt{\frac{P\gamma}{\rho}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13-14)$$

وبإجراء هذا التعديل أمكن فعلا الحصول على قيمة محسوبة للسرعة تطابق القيمة العملية المقاسة.

مثال ١: أوجد التغير في درجة حرارة غاز الهليوم عندما يتمدد مع ثبوت الحرارة (أدياباتيكيا) إلى ثمانية أمثال حجمه الأصلي علماً بأن درجة حرارته الابتدائية ١٥° .
$\left(\gamma = \frac{3}{5}\right)$

باستخدام المعادلتين: $PV^{\gamma} = C$

$PV = RT$

نحصل على $TV^{\gamma-1} = C$

درجة الحرارة الابتدائية للغاز T_1 = ٢٨٨ درجة مطلقة

$$\therefore T_1V_1^{\gamma-1} = T_2V_2^{\gamma-1}$$

حيث $V_2 = 8V_1$ ، T_2 هي درجة الحرارة النهائية

$$T_2 = 288 \times \left(-\frac{1}{8}\right)^{\gamma-1}$$

$$= 288 \times \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$= 72$ درجة مطلقة

$= -201^o_{م}$

مثال ٢: يتم ١ جم من الهواء عند درجة حرارة ٢١٦ °م مع ثبوت الحرارة إلى خمسة أمثال حجمه الأصلي. أوجد الشغل المبذول في هذا التمدد باعتبار أن الهواء غاز مثالي.

علماً بأن : γ = ٤ , ١

ثابت الغاز للجرام = ٨٨ , ٢ × ١٠ ٦ إرج/ °م

باستخدام المعادلة $TV^{\gamma-1}$ = ثابت

$$T_2 = 548 \times \left(\frac{1}{5}\right)^{0.40} = 315^o$$ مطلقة

الشغل المبذول في التمدد باعتبار الغاز مثالياً

$$W = (P_2V_2 - P_1V_1)$$
$$= RT_2 - RT_1$$
$= 670 \times 10^6$ إرج

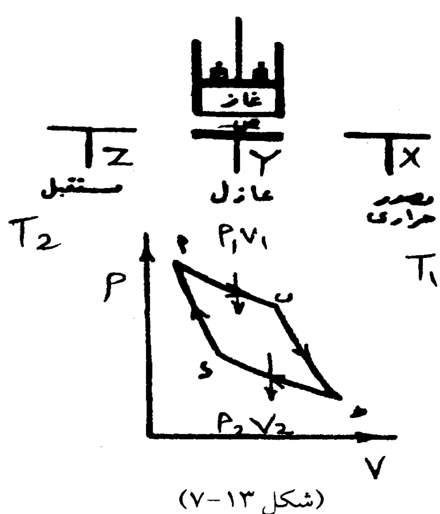
١٣ – ٦ القانون الثاني للديناميكا الحرارية :

يعالج القانون الثاني للديناميكا الحرارية تحويل الطاقة الحرارية إلى طاقة ميكانيكية وواضح أن لذلك التحويل أهمية كبيرة لدى الإنسان إذ يستطيع –لو أمكنه ذلك– أن يستغل لصالحه الحرارة الناشئة عن حرق أنواع الوقود المختلفة والموجودة بوفرة على شكل خام طبيعي في باطن الأرض. لقد سبق أن أوضحنا عند الكلام على القانون الأول للديناميكا الحرارية أنه من الممكن تحويل الطاقة الميكانيكا تحويلا تاماً إلى طاقة حرارية ولكن هل يمكن تحويل كمية من الطاقة الحرارية تماماً إلى طاقة ميكانيكية؟ إن هذا التساؤل يجيب عليه القانون الثاني للديناميكا الحرارية.

آلة كارنوا الحرارية: Carnot's

الآلة الحرارية هي الجهاز الذي يتولى تحويل الحرارة إلى شغل مثال ذلك آلـة الـسيارة والقطار وغيرها.

وقد وضع العالم الفرنسي كارنو نموذجاً لعمل آلة حرارية مثالية استخدم فيهـا غـازاً مثالياً كمادة تشغيل للآلة.



(شكل ١٣-٧)

تتكون آلة كارنو الحرارية (شكل ١٣-٧) من أسطوانة ومكبس محكم يتحرك بحرية داخلها. جدران الأسطوانة والمكبس مصنوعة من مادة عازلة حرارياً بينـما تكـون قاعـدة الأسطوانة مصنوعة من مادة جيدة التوصيل حرارياً لكي تنتقل خلالها الحرارة مـن أو إلى الغاز المثالي (مادة التشغيل) الموجودة داخلها.

نفرض أننا بدأنا والغاز في حالة معينة من الحجـم والـضغط ودرجـة الحـرارة وإننـا أحدثنا في حالته سلسلة مقفلة من التغيرات؛ ولكـن عـدنا بـه في النهايـة إلى نفـس نقطـة البداية. لتكن هذه التغيرات على أربعة مراحل كما يأتي:

١ - نضع الأسطوانة على مصدر حراري س درجة حرارته ولتكن T_1 . تكون حالـة

الغاز ممثلة بالنقطة ($P_1V_1T_1$) عـلى منحنـى PV المبـين بالـشكل (١٣-٧). نرفـع بعـض الأثقال من على مكبس الأسطوانة لكي يسمح للغاز بالتمدد للنقطة ب مع ثبوت درجـة الحرارة. يمتص الغاز كمية حرارة H_1 من المصدر لمعادلة تأثير التمدد.

٢- ترفع الأسطوانة بعد ذلك من على المصدر الساخن س وتوضع عـلى حامـل ص ذي قاعدة معزولة حرارياً فيصبح بذلك الغاز معزولا عـزلا تامـاً. ثـم نرفـع المزيـد مـن الأثقال من على المكبس فيحدث تمدداً آخراً للغاز حتى النقطة حـ ويكون ذلك مع ثبـوت كمية الحرارة. تنخفض بسبب هذا التمدد الأدياباتيكي درجة الحرارة من T_1 إلى T_2.

٣- توضع الأسطوانة بعد ذلك على مستقبل حراري درجته T_2 وتضاف بعـد ذلـك بعض الأثقال على المكبس ليتم ضغط الغاز تحت درجة حرارة ثابتـة إلى النقطـة د وتطـرد بذلك الحرارة الزائدة H_2 والتي نتجت عن ضغط الغاز إلى المستقبل.

٤- ترفع أخيراً الأسطوانة وتوضع على العازل ثم يضاف مزيدًا من الأثقال فينضغط الغاز مع ثبوت كمية حرارته فيرتفع درجتـه T_2 إلى T_1 ونعـود بـذلك إلى نقطـة البدايـة أ حيث حالة الغاز هي $P_1V_1T_1$.

ويسمى الشكل المغلق أ ب حـ د بحلقة كارنو وبإلقاء نظرة إلى حلقة كـارنو نلاحـظ أن مادة التشغيل قد مرت على أربعة مراحل. اثنتان فيها أجريتا مع ثبـوت كميـة الحـرارة والاثنتان الأخريان أجريتا مع ثبوت درجة الحرارة. كما يلاحظ أن الغاز قـد بـذل شـغلا ليتمدد من النقطة أ إلى النقطة ب . وهذا التمدد يتبعه انخفاض في درجة الحـرارة؛ ولكـن شرط المنحنى أ ب هو ثبوت درجة الحرارة؛ لذلك فإن الغاز يمتص من المصدر الحـراري كمية من الحرارة H_1 وبالمثل عند ضغط الغاز من النقطة حـ إلى د حيث درجة الحـرارة T_2 فإن الحرارة H_2 الناشئة عن انضغاط الغاز تقذف على شكل عادم للمستقبل. أمـا بالنـسبة للتغيير من ب إلى حـ ومن حـ إلى أ فإنهما قد نما مع ثبوت كمية الحرارة؛ لأن الغاز في كلتـا الحالتين كان معزولا عزلا حرارياً تاماً ويتساوى هنا الشغلان المبـذولان لعمـل كـل مـن التغيرين وذلك؛ لأن الأول قد خفض درجة حرارة الغاز من T_1 إلى T_2 بيـنما رفـع الثـاني الدرجة من T_2 إلى T_1 دون سماح لأي حرارة ما بالتسرب.

ويتضح مما سبق أن كمية من الحرارة $H_1 - H_2$ قد اختفت وظهرت في صورة أخرى على شكل شغل مبذول أثناء الدورة. وعلى ذلك فإن هذا الشغل W لابد أن يكافئ الحرارة المختفية $H_1 - H_2$ أي إن:

$$W = H_1 - H_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (13-5)$$

وهذا يوضح عمل الآلة الحرارية حيث تتحول الحرارة إلى شغل مفيد وذلك باستخدام مصدر ساخن ومستقبل بارد يمتص من الأول كمية حرارة H_1 يستغل جزء فقط منها على شكل مفيد ويقذف الباقي على شكل عادم.

وتقاس كفاءة الآلة الحرارية بالنسبة بين كمية الشغل الذي يمكن استخلاصه بواسطتها إلى كمية الحرارة التي امتصتها الآلة من المصدر أي إن

كفاءة الآلة الحرارية μ =

$$\frac{W}{H_1} = \frac{V_1 - V_2}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} - 1 \ldots\ldots\ldots \quad (13-6)$$

أي إنه كلما نقصت كمية الحرارة (العادم) H_2 التي تستغني عنها الآلة دون فائدة كلما ازدادت كفاءة الآلة حتى تصل إلى القيمة μ = ١ عندما تصبح كمية الحرارة H_2 مساوية للصفر أي عندما لا يوجد عادم على الإطلاق، وتكون عندئذ كل كمية الحرارة الممتصة من المصدر قد تحولت إلى طاقة ميكانيكية. ومن الواضح أن هذه الحالة مثالية ولا يمكن حدوثها في الواقع إذ إن جميع الآلات الحرارية الواقعية لها كفاءة أقل من الوحدة (μ < ١).

وتتوقف النسبة $\left(\frac{W}{V_1}\right)$ على كل من درجة الحرارة T_1 للمصدر، ودرجة الحرارة T_2 للمستقبل للعادم. إذ إن كمية الحرارة الممتصة من المصدر تتناسب طردياً مع درجة حرارته المطلقة وتصبح بذلك الكفاءة الآلية:

$$\mu = \frac{V_2}{V_1} - 1 = \frac{T_2}{T_1} - 1$$

أي إنه كلما اقتربت درجة حرارة المصدر من درجة حرارة المستقبل للعادم اقتربت النسبة $\frac{T_2}{T_1}$ من الوحدة وتقترب كذلك كفاءة الآلة من الصفر. بينما إذا نقصت درجة حرارة المستقبل T_2 حتى تصل إلى درجة الصفر المطلق فإن الآلة تصبح عندئذ تامة الكفاءة

أي إن ($\mu = ١$) .

وقد وضع كلوزياس نصاً للقانون الثاني كما يلي:

« لا يمكن بأي حال من الأحوال تحويل كمية من الحرارة إلى شغل آلي دون أن يتم في الوقت نفسه تقليل كمية من الحرارة من جسم ساخن إلى آخر بارد» .

وفي كلمات أخرى:

«لا يمكن لأي آلة تعمل ذاتياً دون أن تساعدها أي طاقة حيوانية أن تنقل كمية من الحرارة من مستوى منخفض إلى آخر أعلى منه حرارياً».

تمارين:

١ - يلزم ٥٤٠ سعر/ جم لتحويل الماء في درجة ١٠٠ ْم إلى بخار في نفس الدرجة عندما يكون الضغط الجوي، ٧٩سم زئبق. كم من هذه الطاقة يستخدم في التغلب على الضغط الجوي وكم منها يذهب إلى البخار؟ علماً بأن الحجم النوعي لبخار الماء في ١٠٠ ْم هو ١٦٧١سم^{٣}/ جم.

(J = ٤,١٨ × ١٠^{٧} أرج/ سعر).

٢ - آلة حرارية تستخدم بخاراً درجة حرارته ١٨١ م وكان العادم وهو ماء متكثف في درجة ١٠٠ ْم أوجد الكفاءة الآلية.

٣- ما هي كمية الزبد (القيمة الحرارية له ٦٠٠ سعر للجرام) اللازم تزويدها كطاقة لرجل يزن ٨٠ كيلو جراماً يريد أن يصعد تلا ارتفاعه ١٠٠ .

(عجلة الجاذبية الأرضية ٩٨٠سم/ ثانية^{٢}).

٤ - ما الارتفاع في درجة حرارة مياه شلال عند سقوطها من ارتفاع ٥٠ متراً؟

٥- الحرارة النوعية لغاز تحت حجم ثابت وتحت ضغط ثابت هي على الترتيب ١٥٨ ,٠ ، ٢٣٧ ,٠ سعر/ جم/ درجة. أوجد حجم الجرام من هذا الغاز في المعدلين؟ علماً بأن المكافئ الميكانيكي للحرارة ٤,٢ جول/ سعر.

٦ - رصاصة تسير أفقياً وتصدم حائلا فتستقر في حالة سكون. إذا كانت درجة

الحرارة الابتدائية للرصاصة ٢٥° م ودرجة انصهارها ٤٧٥° م وحرارتها النوعية ٠,٠٥ والحرارة الكامنة لانصهارها ٥١,٥ سعر/ جم. ما هي أقل سرعة يجب أن تسير بها الرصاصة لكي تنصهر بأكملها عند تصادمها مع الحائل؟

٧- أوجد الشغل المبذول عند تمدد ١,٥ لتر من غاز إلى حجم ٦ لترات إذا كان الضغط الابتدائي له ٧٦ سم زئبق.

(γ = ١,٤١، ثابت الغاز الجرام = ٨,٨٨ × ١٠⁶)

***

الباب الرابع عشر
القصور الحراري (الإنتروبيا)

١٤ – ١ حساب الشغل المبذول أثناء دورة كارنو:

عند حساب الشغل المبذول على مادة تشغيل آلة كارنو (الغاز الموجود بالأسطوانة) أو بواسطتها نستخدم المعادلة (سبق إثباتها)

$$W = \int PdV$$

فإذا اعتبرنا التغيرين الممثلين بالخطين (cd , ab) في دورة كارنو، وهما تغيران في ضغط الغاز وحجمه مع ثبوت درجة حرارته (أيسوثرمال) ينطبق عليهما قانون بويل. وبذلك تكون:

$$\begin{aligned} P_1V_1 &= P_2V_2 \\ & \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14-1) \\ P_3V_3 &= P_4V_4 \end{aligned}$$

أما التغيران الممثلان بالخطين (da , bc) فهما تغيران كل منهما أدياباتي ولذلك تنطبق عليهما المعادلات:

$$\begin{aligned} P_2V_2^{\gamma} &= P_3V_3^{\gamma} \\ & \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14-2) \\ P_1V_1^{\gamma} &= P_4V_4^{\gamma} \end{aligned}$$

ويكون الشغل المبذول أثناء التغير الأيسوثرمالي ab الذي يتم عند درجة حرارة ثابتة T_1 هو:

$$W_{ab} = \int_1^2 PdV = \int \frac{RT_1}{V} dV$$

$$= RT_1 \ell og\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

وبالمثل

الشغل المبذول في التغير الأيسوثرمالي من c إلى d عندما تكون درجة الحرارة T_2 هي:

$$W_{cd} = RT_2 \ell og\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

ويكون الشغل الكلي الأيسوثرمالي هو:

$$W_{iso} = RT_1 \ell og \frac{V_2}{V_1} = RT_2 \ell og \frac{V_1}{V_2} \;\dots\dots\dots\; (14-3)$$

ولكن من المعادلتين (١٤-١)، (١٤-٢) نحصل على

$$\frac{P_1V_1}{P_4V_4} = \frac{P_2V_2}{P_3V_3} = \frac{RT_1}{RT_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

وكذلك

$$\frac{P_1V_1^{\gamma}}{P_4V_4^{\gamma}} = \frac{P_2V_2^{\gamma}}{P_3V_3^{\gamma}}$$

وبما أن $\gamma \neq 1$ لذلك لكي تتحقق المعادلات السابقة يجب أن يكون

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3}$$

وبذلك يصير الشغل الأيسوثرمالي:

$$\begin{aligned} & RT_1 \ell og \frac{V_2}{V_1} + RT_2 \ell og \frac{V_1}{V_2} \\ & = R(T_1 - T_2) \ell og \frac{V_2}{V_1} \end{aligned} \qquad \dots\dots\dots\; (14-4)$$

أما الشغل الأدياباتي المبذول خلال العملية من b إلى c فهو:

$$\begin{aligned} W_{bc} &= \int_2^3 PdV = \int_2^3 \frac{P_3V_3^{\gamma}}{V^{\gamma}} dV \\ &= \frac{P_3V_3^{\gamma}}{1-\gamma}\left[V_3^{1-\gamma} - V_2^{1-\gamma}\right] \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{1-\gamma}[P_3V_3 - P_2V_2]$$

$$= \frac{1}{(\gamma-1)}[P_2V_2 - P_3V_3]$$

$$= \frac{1}{(\gamma-1)}[RT_1 - RT_2]$$

$$\therefore W_{bc} = \frac{R}{(\gamma-1)}(T_1 - T_2)$$

وبالمثل

$$W_{da} = \frac{R}{(\gamma-1)}(T_2 - T_1)$$

وبجمع المعادلتين السابقتين نجد أن مجموع الشغل الأدياباتي المبذول خلال دورة كارنو يساوي صفراً .. ويكون الشغل الكلي المبذول خلال الدورة بأكملها هو ما يساويه الشغل الأيسوثرمالي ويساوي هذا الشغل مساحة دورة كارنو abcd على منحنى الحجم والضغط.

∴ الشغل الكلي =

$$= R(T_1 - T_2)\ell og\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \ldots \ldots \ldots (14-5)$$

= مساحة دورة كارنو

ويساوي هذا الشغل أيضاً كمية الحرارة المستهلكة خلال الدورة.

فإذا فرضنا أن كمية الحرارة التي امتصتها آلة كارنو خلال التغير عند الدرجة الساخنة T_1 هو Q_1 وأن كمية الحرارة التي أطلقت على شكل عادم خلال التغير عند الدرجة T_2 هو Q_2 تكون كمية الحرارة التي استخدمت في عمل الشغل المفيد المحدد بالمعادلة (١٤-٥) هو $(Q_1 - Q_2)$ ، أي إن:

$$(Q_1 - Q_2) = R\,(T_1 - T_2)\ \ell og\frac{V_2}{V_1}$$

$$\therefore \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\therefore 1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{T_2}{T_1}$$

$$\therefore \frac{Q_1}{T_1}=\frac{Q_2}{T_2}=0$$

ويمكن وضع المعادلة السابقة على الصورة

$$\int \frac{dQ}{T}=0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (14-6)$$

والتكامل هنا مأخوذ على دورة كاملة. وسوف نطلق على الحرارة المستهلكة dQ مقسومة على درجة الحرارة المطلقة المناظرة T القصور الحراري أو الإنتروبيا. ويلاحظ من المعادلة السابقة أن تكامل القصور الحراري في دورة كارنو يكون مساوياً للصفر. فإذا رمزنا للإنتروبيا بالرمز تصير المعادلة:

$$\int dS=0$$

أي إن S = ثابت وهذا يدل على أن الإنتروبيا أو القصور الحراري يظل ثابتاً لا يتغير لدورة كارنو.

١٤ — ٢ إنتروبيا الدورات الانعكاسية عامة :

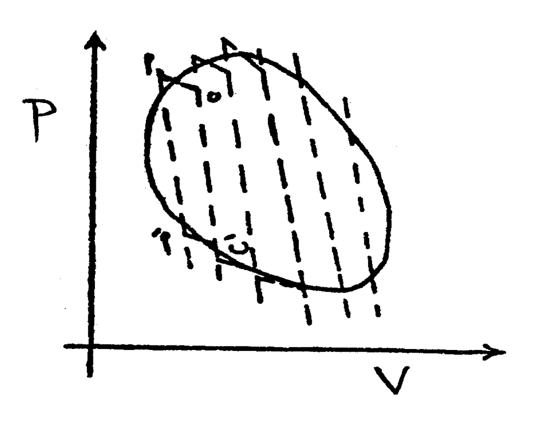
مما سبق نرى أن التغير في الإنتروبيا لدورة كارنو الانعكاسية يساوي صفراً، أي إن

$$\frac{dQ_1}{T_1}=\frac{dQ_2}{T_2}=0$$

اعتبر الآن دورة من التغيرات يمثلها المنحنى المغلق بشكل (١٤-١)

وسيتبين تغير الضغط والحجم أثناء الدورة الانعكاسية.

ونفرض أن الدورة قد تمت بتشغيل عدد لا نهائي من دورات كارنو تعمل بمصادر حرارية يختلف كل منها عن الآخر بكمية صغيرة ويتوالى تشغيلها بوضع أسطوانة الغاز لآلة كارنو على المصدر الحراري ثم يتم عمل التغيرات في الضغط كما سبق شرحه عند الكلام عن دورة كارنو، فنحصل على الدورة أ ب ب أ ثم ننقل الآلة إلى المصدر الثاني ونكرر العمل فنحصل على دورة ثانية وهكذا. وبتجميع عمل مثل هذه الدورات يكون الشغل الآلي مفيداً والذي تم خلال الدورة كلها مساوياً لمساحتها.



(شكل ١٤-١)

وإذا فرضنا أن ... , dV_1 , dV_1 هي كميات الحرارة التي امتصتها آلة كارنو من المصادر الحرارية ذات الدرجة T_2 , T_1 على الترتيب وأن $dQ_1^{\prime}$, $dQ_2^{\prime}$,... هي كميات الحرارة المرفوضة على شكل عادم إلى المستقبلات الحرارية ذات الدرجة T_1` , $T_2$` على الترتيب وبتطبيق مبدأ كارنو بأن الإنتروبيا تظل ثابتة خلال التغيرات الأدياباتية مثل أ ب، أَ بَ نحصل على:

$$\frac{dQ_1}{T_1} = \frac{dQ_2}{T_2} = \ldots = \frac{dQ_1`}{T_1`} = \frac{dQ_2`}{T_2`}$$

وهذا يعطي للدورة بأكملها:

$\oint \frac{dQ}{T} = 0$ وهي نفس معادلة (١٤-٦)

أي إن القصور الحراري أو الإنتروبيا تظل ثابتة لا تتغير لأي دورة انعكاسية تماماً كما هو الحال بالنسبة لدورة كارنو.

١٤-٣ المعنى الفيزيقي للإنتروبيا:

الإنتروبيا دالة من دوال الحالة للنظام مثلها مثل الضغط والحجم ودرجة الحرارة أي إنها دالة تفاضلية تامة. يمكن تكاملها وإيجاد قيمة لها.

وبالرغم من ذلك فلا يجود لدينا أي مقياس معملي يمكن بواسطته قياس قيمتها مباشرة كباقي دوال الحالة للنظام. وإنما يمكن فقط حساب قيمتها من العلاقة:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-7)$$

وإذا حاولنا تعريف الإنتروبيا بدلالة حركية النظام فإنه يمكن اعتبار أن القصور الحراري هو مقياس لدرجة الفوضى في هذا النظام. فمثلا عند تبريد غاز مع ثبوت حجمه فإننا نزيل منه طاقة حرارية كانت مخزونة بداخله وبذلك تقل الإنتروبيا وكذلك تقل حركية الجزيئات وبالتالي تقل درجة الفوضى في حركة هذه الجزيئات . وواضح أنه في حالة السوائل تكون درجة الفوضى الحركية للجزيئات أقل منها في حالة الغازات. وباستمرار التبريد يتحول السائل إلى جسم صلب يكون قصوره الحراري أقل منه في حالة السيولة وهكذا تتناقص درجة الفوضى بدرجة الحرارة حتى نصل إلى درجة الصفر المطلق حيث تسكن تماماً كل الحركات في النظام ونصل إلى حالة منتهى الترتيب أي إن درجة الفوضى تكون مساوية للصفر.

نستخلص من هذا المبدأ التالي المعروف بنظرية نرنست للحرارة Nernest heat theorem «يتلاشى القصور الحراري لأي نظام إذا تواجد في درجة الصفر المطلق»

١٤ – ٤ مبدأ نقصان الطاقة وزيادة القصور الحراري:

لقد أثبتنا أنه لدورة كارنو الانعكاسية ينعدم التغير في الإنتروبيا، أي إن:

كفاءة الآلة الحرارية المثالية (كارنو =

$$\frac{Q_1-Q_2}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}$$

كفاءة الآلة الحرارية الواقعية =

$$\frac{Q_1-Q_2-x}{Q_1}$$

حيث x هي كمية الحرارة المفقودة بالاحتكاك والتي تسبب لا انعكاسية الآلة.

بالنسبة للآلة الواقعية تكون:

$$\frac{Q_1-Q_2}{Q_1} \text{ أقل من } \frac{T_1-T_2}{T_1}$$

$$\text{أي إن } \left(1-\frac{Q_2}{Q_1}\right) \text{ أقل من } \left(1-\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$\therefore -\frac{Q_2}{Q_1} \text{ أقل من } -\frac{T_2}{T_1}$$

$$\therefore \left(\frac{T_2}{T_1}-\frac{Q_2}{Q_1}\right) > 0$$

$$\therefore \left(\frac{Q_1}{T_1}-\frac{Q_2}{T_2}\right) > 0$$

$$\text{أي إن } \left(\frac{Q_2}{T_2}-\frac{Q_1}{T_1}\right) < 0$$

أي إن $(S_2 - S_1)$ أكبر من الصفر ... ... (١٤-٩)

من ذلك نستنتج أن التغيير في الإنتروبيا لأية آلة لا انعكاسية لا يساوي الصفر وهذا يعني أن استمرار تشغيل مثل هذه الآلات يزيد باستمرار من درجة الفوضى في النظام الذي تعمل فيه.

وعلى ذلك إذا علمنا أن جميع الآلات الحرارية التي تعمل في عالمنا لا انعكاسية؛ لذلك فإنه باستمرار التشغيل يزداد القصور الحراري شيئاً فشيئاً ويعتبر ذلك أحياناً القانون الثاني للديناميكا الحراري وينص على:

«تؤول الإنتروبيا في نظامنا الكوني إلى نهاية عظمى»

أو:

«تؤول إلى الصفر كمية الطاقة التي يمكن الاستفادة منها في هذا الكون عندما تصل درجة الفوضى فيه إلى نهاية عظمى».

ويجدر بالذكر هنا أن تشغيل أية آلة حرارية يستلزم نقل كمية من الحرارة من المصدر الساخن إلى المستقبل. ولما كانت السعات الحرارية للمصادر مهما كان نوعها سعات محدودة؛ لذلك تنخفض باستمرار درجة حرارة المصادر بينما تزداد باستمرار درجة حرارة المستقبلات؛ ولذلك تقترب درجات حرارة المصادر والمستقبلات من بعضها حتى

تتساوى في النهاية عندما تصل درجة الفوضى في النظام الكوني إلى النهاية العظمى، وعندئذ لن يمكن تشغيل أية آلة حرارية مهما كان نوعها فيصل الكون إلى نهايته أي إلى حالة السكون الأعظم.

واستناداً إلى هذه النتيجة العلمية أمكن الاستدلال على أن بدء الخليقة كان منذ عدد محدود من السنين وإلا كنا قد وصلنا إلى حالة منتهى الفوضى أي السكون الأعظم.

١٤ — ٥ إنتروبيا الغاز التام:

نفرض أن كمية من غاز مثالي تكون مادة التشغيل في دورة كارنو وأن الآلة تنتج شغلا قدره dW عندما يستهلك قدر من الحرارة dQ من المصدر الساخن ذى الدرجة T وأن التغير المصاحب في الطاقة الداخلية للنظام (الغاز) هو dU

من القانون الأول للديناميكا الحرارية والذي يرتكز على مبدأ بقاء الطاقة

$$dQ = dU + dW \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots (14-10)$$

ويلاحظ أن dW مقاسة بنفس وحدات dQ , dU حتى تكون المعادلة متجانسة بعدياً.

بالقسمة على درجة الحرارة المطلقة T نحصل على التغير في إنتروبيا الغاز

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{dU + dW}{T} \dots\dots\dots\dots \quad (14-11)$$

ولكن معدل التغير في الطاقة الداخلية للنظام مع درجة حرارته عند ثبوت الحجم هو الحرارة النوعية تحت حجم ثابت C_V ، أي إن:

$$dU = C_V\, dT$$

وكذلك سبق أن أثبتنا أن:

$$dW = PdV$$

∴ وبالتعويض في المعادلة (١٤-١١) نحصل على:

$$dS = C_V \frac{dT}{T} + P\frac{dQ}{T}$$

ولكن $PV = RT$

$$\therefore dS = C_V \frac{dT}{T} + R\frac{dV}{V}$$

أيضاً $C_P - C_V = Comt$ = ثابت

$$\therefore dS = C_V \; \ell og\; T + (C_p - C_V)\ell og\; V$$
$$= C_V \; d(\ell og\; T) + C_V(\gamma - 1)d(\ell og\; V)$$
$$= C_V \; d(\ell og\; T) + d(\ell og\; V^{\gamma-1})$$

وبالتكامل

$$\therefore S(V,T) = C_V \; \ell og\; (T.V^{\gamma-1}) + S_1$$

حيث $\gamma=(C_P/C_V)$ ، S_1 هو ثابت التكامل.

وبالمثل يمكن إيجاد دلة الإنتروبيا بدلالة الضغط ودرجة الحرارة

$$S(P,T) = C_P\,\ell og\; T - R\,\ell og\; P + S_2$$

وكذلك بدلالة الضغط والحجم:

$$S(P,V) = C_V\,\ell og\; P - C_P\,\ell og\; V + S_3$$

كما يمكن إيجاد العلاقة بين ثوابت التكامل S_1 , S_2 , S_3 على الصورة:

$$S_1 = S_2 - R\;\ell og\; R$$
$$S_3 = S_2 - C_P\;\ell og\; R$$

ويترك إثبات ذلك كتمرين للطالب.

مثال: أوجد التغير في الإنتروبيا عندما يتحول جراماً واحداً من الجليد في درجة الصفر المئوي إلى بخار في درجة ١٠٠ ْم.

الحل:

أولاً: التغير في الإنتروبيا بالانصهار فقط:

$$dS_1 = \frac{dQ}{T} = \frac{80}{273} = 0.293$$

ويلاحظ هنا أن كمية الحرارة التي استخدمت لإحداث التغير وهي dQ هي نفسها الحرارة الكامنة لانصهار الجليد ٨٠ سعر/ جم.

ثانياً: لكي ترتفع درجة حرارة جرام من الماء من الصفر المئوي وحتى ١٠٠ ْم نحتاج

لكمية حرارة dQ = الكتلة × الحرارة النوعية × فرق درجات الحرارة

$= m\,C\,d\,T$

ويمكن التغير في الإنتروبيا خلال هذا التغير هو

$$dS_2 = mc\int_1^2 \frac{dT}{T} = 1 \times 1 \times \ell og \frac{T_2}{T_1}$$

= لو.١ هـ × لو.١ (٣٧٣ / ٢٧٣)

= ٢,٣٠٣ × ٠,١٣٥٥

= ٠,٣١٢ سعر/ ١°م

ثالثاً: التغير في الإنتروبيا: عندما يتحول جرام الماء في درجة ١٠٠° إلى بخار في نفس الدرجة هو

dS_2 = ٥٤٠ / ٣٧٣ = ١,٤٤٨ سعر/ ١°م

وقد اعتبرنا dQ هنا هي الحرارة الكامنة للتصعيد وهي ٥٤٠ سعر/ جم وبجمع التغيرات الثلاثة في الإنتروبيا نحصل على التغير الكلي المطلوب dS = ٢,٠٥٣ سعر/ ١°م

تمرين

نقطة انصهار الرصاص ٣٢٧°م وحرارته الكامنة للانصهار هي ٥,٨٦ سعر/ جم أوجد التغير القصور الحراري عندما ينصهر ٤ جم جزيء من الرصاص؟ علماً بأن الوزن الذري له ٢٠٧ .

(الجواب: ٨,١ سعر/ ١°م)

١٤ – ٦ المعادلة الأولى للطاقة:

نفرض أن التغيرات dQ , dS والتي تحدث في نظام ما تتم عن طريق تغيرات في الحجم V ودرجة الحرارة T من القانون الأول للديناميكا الحرارية.

$$dQ = dU + PdV \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (14 - 12)$$

فإذا تغيرت بالزيادة درجة الحرارة بمقدار dT بينما ظل الحجم V ثابتاً يكون التغير المناظر في الطاقة الداخلية U هو:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V .dT$$

وعلامة التفاضل هنا (∂) تدل على تفاضل جزيء والرمز V أسفل القوس يدل على أن الحجم قد حفظ ثابتاً أثناء التغير.

وبالمثل إذا ازداد الحجم بمقدار dV مع تثبيت درجة الحرارة T يكون التغير الجزئي في الطاقة الداخلية هو:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T .dV$$

وبذلك يمكن كتابة التغير الكامل في الطاقة الداخلية للنظام عندما يتغير كل من الحجم ودرجة الحرارة على الصورة:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V .dT + \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T .dV \ldots\ldots\ldots\ldots (14-13)$$

وبالتعويض في معادلة (١٤-١٢) نحصل على:

$$dQ = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V .dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_T + P\right] dV \ldots\ldots (14-14)$$

وإذا أعطيت الحرارة dQ مع تثبيت الحجم أي إن dV = 0 يكون:

$$dQ = C_V dT - \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V dT$$

وبالتعويض في المعادلة (١٤-١٤) نحصل على المعادلة التفاضلية العامة للقانون الأول في الديناميكا الحرارية عندما تكون المتغيرات من دوال الحالة هي الحجم V ودرجة الحرارة T .

$$dQ = C_V dT + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + P\right] dV \ldots\ldots\ldots (14-15)$$

وللتعبير عن القانون الثاني الذي يعرف الإنتروبيا نقسم على درجة الحرارة:

$$\therefore \frac{dQ}{T} = dS = C_V \frac{dT}{T} + \left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{P}{T}\right] dV \quad (14-16)$$

وباعتبار أن دالة الإنتروبيا تتغير بدلالة الحجم ودرجة الحرارة

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

وبمقارنة المعادلتين السابقتين نجد أن

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V = \frac{C_V}{T}$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_T = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{P}{T} \ldots\ldots\ldots \quad (14-17)$$

ونظراً لأن Cv موجبة دائماً لذلك نستنتج مباشرة من المعادلة (١٤-١٦) أن القصور الحراري يزداد دائماً كلما ازدادت درجة حرارة النظام مع ثبوت حجمه.

ولإيجاد معادلة تربط تغير الطاقة الداخلية U مع الحجم V عند ثبوت درجة الحرارة T نفاضل المعادلة (١٤-١٧) بالنسبة لدرجة الحرارة والحجم فنحصل على:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}\right) = -\frac{1}{T^2}\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + \frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial V} - \frac{P}{T^2} + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

لكن

$$\frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V}$$

أيضاً

$$\left(\frac{\partial C_V}{\partial V}\right)_T = \frac{\partial}{\partial T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right) = \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial T}$$

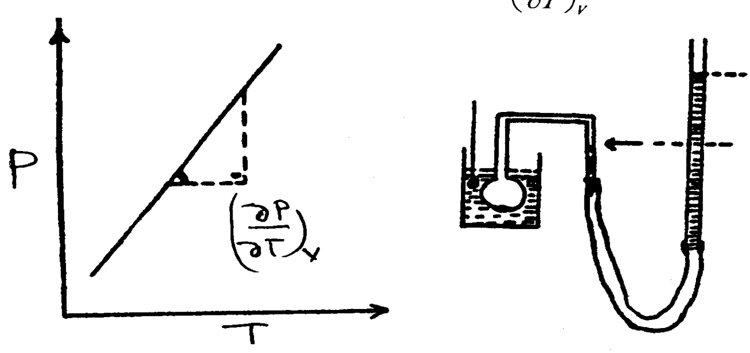
بالتعويض في المعادلة السابقة وبالاختصار نحصل على:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V - P \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-18)$$

وتعرف هذه المعادلة بالمعادلة الأولى للطاقة حيث يمكن بواسطتها تعيين معدل تغير

الطاقة الداخلية للنظام عن طريق قياس معدل تغير الضغط مع درجة الحرارة وكميات يمكن قياسها عملياً.

فمثلا في حالة غاز يتغير ضغطه مع درجة حرارته مع تثبيت حجمه كما في جهاز جولي (شكل ١٤-٢) نجد أن رسماً بيانياً بين الضغط P ودرجة الحرارة T يعطي خطاً مستقيماً ميله هو الكمية $\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$:



(شكل ١٤-٢)

وبالتعويض من المعادلة (١٤-١٨) في المعادلة (١٤-١٧) نحصل على:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

وباعتبار مادة لها معامل تمدد موجب نجد أن الضغط يزداد بزيادة درجة الحرارة أي إن

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V > 0$$

أي إن إنتروبيا النظام تزداد بزيادة الحجم مع ثبوت درجة الحرارة.

وبالتعويض من المعادلة (١٤-١٨) في معادلة (١٤-١٦) نحصل على المعادلة التفاضلية للقانون الثاني في الديناميكا الحرارية عندما تكون المتغيرات هي الحجم ودرجة

الحرارة، أي إن:

$$dS = \frac{C_V}{T} dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dV \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (14-19)$$

١٤ – ٧ المعادلة الثانية للطاقة:

تعطي هذه المعادلة الطاقة الداخلية للنظام مع الضغط عندما تكون درجة الحرارة ثابتة . نعتبر هنا متغيرات الحالة هما الضغط ودرجة الحرارة ثم نوجد قيم باقي دوال الحالة كالطاقة الداخلية والإنتروبيا والحجم بدلالتهما. أي إن:

$$dU = \left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (14-20)$$

$$\partial V = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (14-21)$$

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT \; \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \; (14-22)$$

من القانون الأول للديناميكا الحرارية وبالتعويض من المعادلات السابقة:

$$dS = \frac{1}{T} dU + P\frac{dV}{T}$$

$$dS = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P dT\right] + \frac{P}{T}\left[\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT\right]$$

$$dS = \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T\right]dP + \left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P\right]dT$$

بمقارنة المعادلتين السابقتين وبمساواة المعاملات نحصل على:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_P = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_P + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

بمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة لدرجة الحرارة والثانية بالنسبة للضغط نحصل على:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial P} = -\frac{1}{T^2}\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial P}\right) - \frac{P}{T^2}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T - \frac{P}{T}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T \partial P}\right)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial P \partial T} = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial P \partial T}\right) + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P + \frac{P}{T}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

وبمساواة المعادلتين السابقتين نحصل على المعادلة الثانية للطاقة:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P - P\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-24)$$

وتعطي هذه المعادلة معدل تغير الطاقة الداخلية ط مع الضغط عند ثبوت درجة الحرارة وذلك عن طريق قياس معاملات التغير $\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ ويعبر الأول عن التمدد الحجمي عند ثبوت الضغط والثاني عن انضغاط النظام عند ثبوت درجة حرارته.

معامل التمدد الحجمي $\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ مع ثبوت الضغط

معامل الانضغاط $K = \frac{-1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$ مع ثبوت درجة الحرارة

١٤ – ٨ معادلات ماكسويل في الديناميكا الحرارية:

نستخدم عادة لتعريف أي نظام في حالة اتزان ديناميكي حراري بعض المتغيرات التي يطلق عليها دوال الحالة functions of state مثل الضغط، والحجم، ودرجة الحرارة، والإنتروبيا، ونضيف الآن إلى هذه الدوال أربعة دوال أخرى لها أهمية فيزيقية في تعريف حالة النظام كما أنها تيسر لنا حساب معدلات التغير لدوال الحالة بالنسبة لبعضها البعض خاصة لتلك المتغيرات التي لا يوجد لها وسيلة قياس مباشرة في المعامل.

أولاً – الطاقة الداخلية او الذاتية للنظام (U) : Intrinsic energy

وتعرف من معادلة القانون الأول للديناميكا الحرارية:

$$dU = dQ - PdV$$
$$= TdS - PdV \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-25)$$

وعندما يكون الحجم ثابتاً يكون التغير $dV = 0$ وبذلك يكون معدل تغير الطاقة الداخلية بالنسبة للإنتروبيا $T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_V$ أي مساوياً لدرجة الحرارة المطلقة.

كذلك إذا أجرى أدياباتي على النظام تكون الإنتروبيا ثابتة ويكون بذلك $dS=0$

فنحصل على:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_S = -P$$

وهذه المعادلة تعطي معدل تغير الطاقة الداخلية مع الحجم عند ثبوت الإنتروبيا.

وبمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة للحجم والثانية للإنتروبيا وبمساواة:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial S \partial V} = \frac{\partial^2 U}{\partial V \partial S}$$

نحصل على المعادلة الأولى لماكسويل على الصورة:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \left(\frac{\partial P}{\partial S}\right)_V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-26)$$

ثانياً – الطاقة الحرة أو دالة هيلمهولتز: Free energy

تعرف الطاقة الحرة أو الطليقة (F) بالمعادلة:

$$F = U - TS \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-27)$$

وبمفاضلة المعادلة

$$dF = dU - TdS - SdT$$
$$= TdS - PdV - TdS - SdT$$
$$= -SdT - PdV$$

وتكون بذلك متغيرات دالة هيلمهولتز هما درجة الحرارة T والحجم V ويمكن كتابة التغير dF على الصورة:

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T dV$$

وبمساواة معاملات المعادلتين السابقتين نحصل على:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial T}\right)_V = -S \left(\frac{\partial F}{\partial V}\right)_T = -P$$

وبمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة للحجم والثانية بالنسبة لدرجة الحرارة ومساواتها نحصل على:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = -S\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-28)$$

وتعرف هذه بمعادلة ماكسويل الثانية في الديناميكا الحرارية.

ثالثاً – المحتوى الحراري أو الإنثالبي (H) : Heat Content

تعرف دالة الإنثالبي أو المحتوى الحراري هـ بالمعادلة:

$$H = U + PV \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-29)$$

ولا تتوقف هذه الدالة (وهي من دوال الحالة في النظام) على مسار التغير وحتى الوصول إلى حالة النظام القائمة. بمفاضلة المعادلة

$$\begin{aligned} dH &= dU + VdP + PdV \\ &= TdS - PdV + PdV + VdP \\ &= TdS + VdP \end{aligned}$$

وإذا اعتبرنا متغيرات دالة الإنثالبي هما الإنتروبيا `S والضغط P يكون أسوة بما سبق:

$$\left(\frac{\partial H}{\partial S}\right)_P = T \text{ ، } \left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_S = V$$

وبمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة للضغط والثانية بالنسبة للإنتروبيا وبمساواتهما:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_S = \left(\frac{\partial V}{\partial S}\right)_P \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-30)$$

وهذه هي ثالث معادلات ماكسويل في الديناميكا الحرارية.

رابعاً – الجهد الحراري أو دالة جيب (G):

Gibb's function-Therma' patentieal

تعرف دالة جيب أو الجهد الحراري G بالمعادلة:

$$G = U - TS + PV \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-31)$$

وهي أيضاً من دوال الحالة للنظام ولا تتوقف على مسار التغيرات التي تؤدي بالنظام إلى حالته القائمة بمفاضلة المعادلة:

$$\begin{aligned} dQ &= dU - TdS - SdT + PdV + VdP \\ &= - SdT + VdP \end{aligned}$$

وتكون المتغيرات هنا هما الضغط ودرجة الحرارة. وكما سبق يمكن الحصول على

المعاملات التفاضلية الجزئية لدالة جيب:

$$\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_P = -S \qquad \left(\frac{\partial G}{\partial P}\right)_T = V$$

لكن قيمة dG تفاضلية تامة؛ لأن G من دوال الحالة لذلك بمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة لدرجة الحرارة والثانية بالنسبة للضغط وبمساواتها

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (14-32)$$

وهذه هي معادلة ماكسويل الرابعة.

ومما سبق نرى أن دوال الحالة (G , H , F , U) لا تعبر عن طريق التغير في النظام وإنما تعرف العلاقات التي تربط هذه المتغيرات ببعضها داخل النظام الواحد عندما يكون في حالة اتزان ديناميكي حراري. ويستوي في ذلك النظام الفيزيقي أو الكيميائي أو أي نظام شبيه.

***

الباب الخامس عشر
تطبيقات في الديناميكا الحرارية

١٥ – ١ الفرق بين الحرارة النوعية تحت ضغط ثابت وتحت حجم ثابت:

نفرض نظاماً كيميائياً تتغير فيه دالة الإنتروبيا بدلالة متغيرين من متغيرات الحالة هما درجة الحرارة والحجم:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

وبالضرب في درجة الحرارة T :

$$TdS = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V dT + T\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T dV$$

ولكن من تعريف الحرارة النوعية تحت حجم ثابت:

$$C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_V$$

وأيضاً من معادلة ماكسويل الثانية في الديناميكا الحرارية:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

$$\mathrm{TdS} = \mathrm{C_V dT} + \mathrm{T}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15-1)$$

وتعرف هذه بمعادلة TdS الأولى.

وبالمثل إذا أحدثنا تغيراً في النظام عن طريق المتغيرين الضغط ودرجة الحرارة يتغير الإنتروبيا تبعاً لذلك:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP$$

وبالضرب في T

$$TdS = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + T\left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP$$

ولكن أيضاً من تعريف الحرارة النوعية تحت ضغط ثابت:

$$\therefore C_P = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P$$

ومن معادلات ماكسويل:

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_T - = \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T$$

$$\therefore TdS = C_P : dT - T\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P . dP \text{ ....} (15-2)$$

وتسمى هذه بمعادلة TdS الثانية.

وبمساواة معادلتي TdS نحصل على:

$$C_P . dT - T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \ dP = C_p dT + T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_Q dV$$

وبحل المعادلة نحصل على:

$$dT = \frac{T}{(C_P - C_V)}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_Q dV$$

$$\frac{T}{(C_P - C_V)}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dP \text{ ....} (15-3)$$

ولكن بما أن درجة الحرارة T من دوال الحالة أي إن dT تفاضل تام يمكن إيجاد تغير درجة الحرارة بدلالة المتغيرين الضغط والحجم كما يلي:

$$dT = \left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P dV + \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_Q dP \text{ ....} (15-4)$$

وبمساواة معاملات المعادلتين (١٥-٣)، (١٥-٤) نحصل على:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial V}\right)_P = \frac{T}{C_P - C_V}\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V = \frac{T}{C_P - C_V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

وتعطي أي من المعادلتين السابقتين **الفرق** بين الحرارتين النوعيتين C_V , C_P

$$\therefore C_P - C_V = T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15-5)$$

ونظراً لأن كلا من الحجم والضغط يزداد دائماً مع زيادة درجة الحرارة أي إن $\frac{\partial Q}{\partial T}$ وكذلك $\frac{\partial P}{\partial T}$ دائماً موجبة لذلك تكون $C_P - C_V$ دائماً موجبة.

أي إن C_P دائماً أكبر من C_V . ولتعيين قيمة الفرق $C_P - C_V$ بدلالة ثوابت فيزيائية يمكن قياسها بالمعمل نستخدم العلاقة الدورية، وهي علاقة رياضية يكثر استخدامها في الديناميكا الحرارية.

العلاقة الدورية: The cyclic relation

نفرض أن مادة ما تكوّن نظاماً يتغير فيه الضغط مع الحجم ودرجة الحرارة وفقاً لمعادلة الحالة

$$P = F(V,T)$$

بالتفاضل نحصل على:

$$dP = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T dV + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V dT$$

وعندما يكون التغير في الحجم ودرجة الحرارة مع ثبوت الضغط P يكون dP=0 وتختصر المعادلة السابقة لتعطي المعادلة الدورية:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P = -\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

أي إن

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_V \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T = -1$$

ويجب أن نلاحظ هنا دورية كتابة المتغيرات (P , V , T) في المعادلة.

وبتطبيق المعادلة الدورية في المعادلة (١٥-٥) لإيجاد $C_P - C_V$ نحصل على:

$$C_P - C_V = \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_P^2 \quad ....(15-6)$$

لكن من تعريف معامل الانضغاط الأيسوثرمالي وهو مقلوب معامل المرونة الحجمي عند ثبوت درجة الحرارة:

$$K_T = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_T$$ معامل الانضغاط الأيسوثرمالي

وكذلك من تعريف معامل التمدد الطولي α (مع معرفة أن معامل التمدد الحجمي ثلاثة أمثال معامل التمدد الطولي) ويقاس تحت ضغط جوي ثابت:

$$3\alpha = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

وبالتعويض في المعادلة (١٥-٦) نحصل على:

$$C_P - C_V = -T \times -\frac{1}{K_T.V} \times 9\alpha^2 V^2$$

$$C_P - C_V = \frac{9\alpha^2 V.T}{K_T} \quad ....(15-7)$$

وتعطي هذه المعادلة الفرق بين الحرارة النوعية تحت ضغط وتحت حجم ثابت. وليس من الميسور تعيين الحرارة النوعية للمادة تحت حجم ثابت عندما تكون المادة في حالتها الصلبة أو السائلة؛ ولذلك فأهمية العلاقة السابقة تكمن في أنها تيسر لنا إيجاد تلك القيمة مباشرة وذلك بقياس C_P لنفس المادة مع استخدام تلك العلاقة لإيجاد C_V .

١٥ — ٢ تغير الحالة :

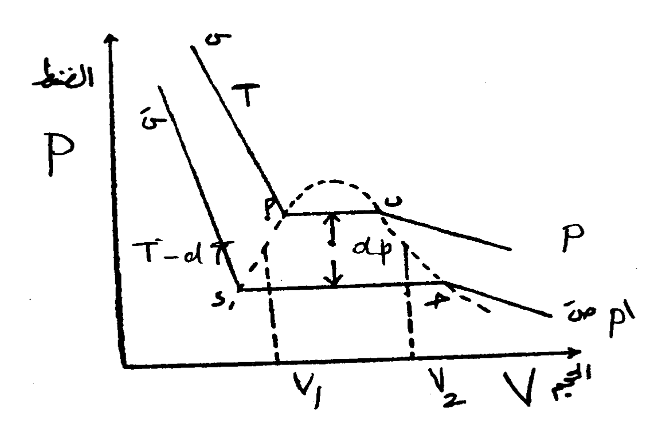
المعادلة الأولى للحرارة الكامنة :

عند نقطة الانصهار فقط يتواجد طوري المادة الصلبة والسائلة في حالة اتزان ديناميكي حراري؛ لذلك إذا رسمنا منحنى تغير الضغط والحجم عندما تكون درجة الحرارة ثابتة وذات قيمة أقل من الدرجة الحرجة فإننا نحصل على منحنى مثل س ص يكون الجزء الأفقي منه أ ب ممثلا لمرحلة التحول من حالة الصلابة إلى السيولة أي إن طوري المادة يكونان متواجدين في حالة اتزان طوال فترة التغير أ ب .

وينطبق ذلك تماماً على حالة التغير من حالة السيولة إلى حالة الغازية.

ولدراسة تأثير الضغط على درجة حرارة التحول من طور إلى آخر نطبِّق نظرية كارنو.

اعتبر ١ جم من المادة يمثل حالته المنحنيين الأيسوثرماليين س ص، سَ صَ عند درجتي حرارة T ، T – dT أقل من الدرجة الحرجة لهذه المادة. نفرض أن التحول يتم من الطور السائل للمادة إلى الطور الغازي؛ لذلك تكون المادة عند كل من النقطتين أ ، د في طورها السائل بينما تكون عند كل من ب ، حـ في طورها الغازي (انظر شكل ١٥-١).



(شكل ١٥-١)

نفرض أن ضغط بخار السائل عند درجة الحرارة T هو P وعند الدرجة T – dT هو P – dP وأن V_1 ، V_2 هما الحجمان النوعيان (الحجم النوعي هو حجم وحدة الكتلة) للسائل وللبخار على الترتيب وأن ص هي الحرارة الكامنة للتصعيد عند الدرجة T .

نفرض أننا أحدثنا سلسلة من التغيرات على هذا الجرام من المادة خلال الدورة المغلقة أ ب حـ د أ حيث يكون التغيران أ ب . حـ د تغيرين أيسوثرماليين عند الدرجتين (T – dT.T) على الترتيب يكون التغيران ب حـ . د أ تغيرين أدياباتيين.

ويمكن بذلك اعتبار هذه الدورة من التغيرات كدورة كارنو حيث تساوي مساحة الدورة أ ب حـ د أ الشغل الآلي الخارجي المبذول لإحداث كل هذه التغيرات.

بما أن كتلة المادة المستخدمة هي الوحدة تكون كمية الحرارة Q_1 التي امتصتها المادة خلال التغير أ ب لكي تتحول تماماً من حالة السيولة عند أ إلى حالة البخار عن ب – تكون هذه الحرارة مساوية للحرارة الكامنة للتصعيد L سعر / جم.

ويكون الشغل المبذول $dW = Q_1 - Q_2$

= مساحة الدورة

حيث Q_2 هي كمية الحرارة المرفوضة من الآلة على شكل عادم.

ويمكن حساب الشغل dW من مساحة الدورة حيث:

$$dW = (V_2 - V_1)dP$$

(V_1 , V_2) هما الحجمان النوعيان للسائل وللبخار (انظر شكل ١٥-١).

من مبدأ كارنو $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$

أي إن $\frac{dW}{Q} = \frac{dT}{T}$

$$\therefore \frac{V_2 - V_1}{L} = \frac{dT}{T}$$

$$\therefore \frac{L}{T} = (V_2 - V_1)\frac{dL}{dT} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(15 - 8)$$

وتعرف هذه بمعادلة كلابيرون – كلوريوس الأولى للحرارة الكامنة ومن هذه المعادلة يتضح أنه إذا كانت المادة ذات معامل تمدد موجب أي إنها تزداد في الحجم بالحرارة Q_2 أكبر من Q_1 .

وبذلك يكون معدل تغير الضغط مع درجة الحرارة موجباً أي إن

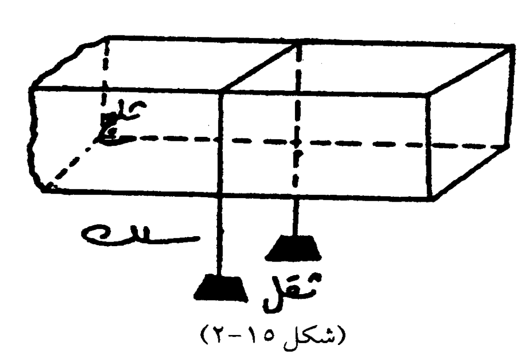
$\frac{dP}{dT} > 0$ أكبر من الصفر

∴ بزيادة الضغط على المادة تزداد درجة حرارة انصهارها بينما يحدث عكس ذلك في حالة مادة مثل الجليد حيث يقل الحجم النوعي عندما ينصهر الجليد ويتحول إلى ماء.

أي إنه في حالة الماء يكون

$\frac{dP}{dT} < 0$ أقل من الصفر

لذلك بزيادة الضغط على الجليد تنخفض درجة انصهاره؛ ولهذا السبب يقطع سلك رفيع مثبت في طرفيه ثقلان ويستند السلك على لوح من الثلج، يقطع هذا السلك كما يقطع السكين في قطعة من الزبد (انظر شكل ١٥-٢).



(شكل ١٥-٢)

وتفسير ذلك هو أن النقط تحت السلك مباشرة تكون واقعة تحت ضغط بسبب الأثقال المعلقة على طرفي السلك؛ لذلك تنخفض درجة انصهار الجليد عن الصفر المئوي عند هذه النقط. ولما كانت درجة حرارة لوح الثلج هي الصفر؛ لذلك ينصهر الثلج تحت السلك بسبب انخفاض نقطة الانصهار تحته؛ ولذلك يمر السلك خلال الثلج الجامد بكل سهولة ويقسمه إلى قسمين.

١٥-٣ المعادلة الثانية للحرارة الكامنة:

عند معالجة المعادلة الأولى للحرارة الكامنة اعتبرنا تأثير الضغط على درجة حرارة التحول واعتبرنا أن الحرارة الكامنة للتحول ثابتة لا تعتمد على درجة الحرارة. أما في المعادلة الثانية فيدرس تغير الحرارة الكامنة مع درجة الحرارة بدلالة الحرارة النوعية لطوري المادة قبل وبعد التحول.

نفرض أن تغيراً يتم من الحالة السائلة إلى الحالة البخارية لجرام واحد من المادة. يستلزم ذلك حرارة كامنة قدرها ص سعر/ جم.

التغير في الإنتروبيا نتيجة للتحول = $dS = \frac{L}{T} = \frac{dQ}{T}$

$$\therefore S_2 - S_1 = \frac{L}{T}$$

حيث S_1 ، S_2 يمثلان القصور الحراري للبخار وللسائل على الترتيب.

بمفاضلة المعادلة السابقة بالنسبة لدرجة الحرارة T نحصل على

$$\frac{dS_2}{dT} - \frac{dS_1}{dT} = \frac{1}{T}\frac{dL}{dT} - \frac{L}{T^2}$$

وبضرب الطرفين في T

$$\therefore T\frac{dS_2}{dT} - T\frac{dS_1}{dT} = \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T} \quad \text{.................................}(15-9)$$

لكن

$$dQ = TdS$$

كذلك من تعريف الحرارة النوعية

$$C_1 = \frac{dQ_1}{dT} = T\frac{dS_1}{dT}$$

$$C_2 = \frac{dQ_2}{dT} = T\frac{dS_2}{dT}$$

وبالتعويض في معادلة (١٥-٩) نحصل على المعادلة الثانية للحرارة الكامنة.

$$\frac{dL}{dT} - \frac{L}{T} = C_2 - C_1$$

,نعرف أحياناً هذه المعادلة بمعادلة كلابيرون -- كلوزيوس الثانية.

مثال ١:

أوجد التغير في نقطة غليان الماء نتيجة لزيادة الضغط فوقه بمقدار ١ سم زئبق؟ علماً بأن ١ جم ماء عندما تتحول إلى بخار تشغل حجماً قدره ١٦٧٤ سم٣ والحرارة الكامنة للتصعيد ص = ٥٤٠ سعر/ جم.

الحل:

من معادلة الحرارة النوعية:

$$\frac{L}{T} = (V_2 - V_1)\frac{dP}{dT}$$

يجب قبل حل المسألة مراعاة أن تكون وحدات طرفي المعادلة متجانسة؛ لذلك نضرب الطرف الأيمن في المكافئ الميكانيكي الحراري J ويساوي ٤,٢ × ١٠^٧ إرج لكل سعر.

التغير في الضغط dP = ١ × ١٣,٦ × ٩٨٠ داين/ سم^٢

التغير في الحجم نتيجة التحول $(V_2 - V_1)$ = (١٦٧٤-١) سم^٣

بالتعويض في المعادلة نحصل على التغير في نقطة الغليان dT

∴ dT = $\frac{١٦٧٣ \times ٣٧٣}{٤,٢ \times ١٠^٧ \times ٥٤٠}$ × ١ × ١٣,٦ × ٩٨٠

= ٠,٣٦ ْم

مثال ١:

أوجد الحرارة النوعية للبخار المشبع؟ علماً بأن الحرارة النوعية للماء في درجة ١٠٠ ْم هي ١,٠١ سعر/ جم/ ١ ْم والحرارة الكامنة للبخار ٥٣٩ سعر/ جم وأن معدل تغير الحرارة الكامنة مع درجة الحرارة -٠,٦٠٤

الحل:

يستخدم هنا المعادلة الثانية للحرارة الكامنة (L)

$$(C_2 - C_1) = \frac{dL}{dT} - \frac{L}{T}$$

∴ C_2 - ١,٠١ = -٠,٦٠٤ - $\frac{٥٣٩}{٣٧٣}$

∴ C_1 = -١,٠٧ سعر/ جم/ ١ ْم

وهي الحرارة النوعية للبخار

١٥ – ٤ الظواهر الكهرحرارية:

عندما يمر تيار كهربي ت أمبير في موصل عليه فرق في الجهد قدره حـ فولت يكون معدل بذل الشغل الكهربي هو حاصل ضرب التيار في الجهد. وإذا ما عكس اتجاه التيار في الموصل يكون الشغل المبذول بنفس المعدل ويظل موجباً أي لا تتغير إشارته. من هذا نستنتج أن تحول الطاقة الكهربية إلى حرارة يتم في اتجاه واحد أي إنه غير انعكاسي، ولذلك لا يجوز في هذه الحالة تطبيق قوانين الديناميكا الحرارية الخاصة بالدورات الانعكاسية.

ولحل مثل هذه المشاكل يمكننا اتباع أحد الأسلوبين التاليين:

١ – نفترض أن فقد الطاقة الكهربية نتيجة لمقاومة الموصل هي كمية صغيرة جداً ومهملة وبذلك يمكن اعتبار الظواهر الكهرحرارية تتم بطريقة انعكاسية وتنطبق عليها عندئذ قوانين الديناميكا الحرارية.

٢ – أن نستخدم طريقة انعدام الانحراف في الدائرة الكهربية والتي تكون فيها القوى الدافعة الكهربية المتولدة حرارياً في الدارة متزنة مع قوى دافعة معادلة توضع من الخارج. وعندما يمر تيار صغير في الدائرة يمكن اعتبار أن الطاقة المفقودة على شكل حرارة خلال مقاومة الموصل (وتساوي المقاومة × مربع شدة التيار) كمية صغيرة من الدرجة الثانية وبذلك يمكن إهمالها.

١٥ – ٥ التفاعل الكيميائي داخل عمود كهربائي:

اعتبر عموداً كهربائياً تتم فيه التفاعلات الكيميائية بشكل انعكاسي مع ثبوت الضغط ودرجة الحرارة. نفرض أن V_1 ، V_2 هما الحجم الابتدائي والنهائي للمواد المتفاعلة داخل العمود وأن الشغل الذي يبذله هذا النظام الكيميائي هو:

$$dW = PdV + Edq$$

حيث E هي القوة الدافعة الكهربية المتولدة، q هي الشحنة المارة في العمود ، Edq هو الشغل الكهربائي الذي يبذله النظام.

∴ الشغل المبذول لإمرار شحنة q عبر فرق في الجهد E مع تغير في الحجم من V_1 إلى V_2

$$= P(V_2 - V_1) + E.q$$

نفرض كمية صغيرة من الحرارة dQ تمر في العمود وأن التغير في الطاقة الداخلية له هو dU

بتطبيق القانون الأول للديناميكا الحرارية:

$$\therefore dQ = dU + PdV + Edq \quad \ldots\ldots (15-11)$$

نفرض أن الطاقة الداخلية U تتغير بتغير درجة الحرارة T وكمية الشحنة المارة q في العمود ونهمل هنا التغير الطفيف في حجم المواد المتفاعلة بداخله.

$$\therefore dU = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_q dT + \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right) dq$$

أيضاً Q = TdS حيث S هو الإنتروبيا.

وبالتعويض في (١٥-١١) نحصل على:

$$TdS = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_T dT + \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_q dq + Edq$$

$$dS = \frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_q - dT + \frac{1}{T}\left[\left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T + E\right] dq$$

تعطي المعادلة السابقة تغير الإنتروبيا بتغير درجة الحرارة والشحنة ويمكن كتابتها على الصورة:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_q dT + \left(\frac{\partial S}{\partial q}\right)_T dq$$

وبمساواة المعاملات وبمعرفة أن:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial q . \partial T} = \frac{\partial^2 S}{\partial T . \partial q}$$

نحصل على المعادلة:

$$\frac{\partial}{\partial q}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_q\right]_T = \frac{\partial}{\partial T}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T + \frac{E}{T}\right]_q$$

$$\therefore \frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial q \partial T} = \frac{1}{T}\frac{\partial^2 U}{\partial T \partial q} - \frac{1}{T^2}\left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T + \frac{1}{T}\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_q - \frac{E}{T^2}$$

$$\therefore \left(\frac{\partial U}{\partial q}\right)_T = T\left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_q - E \quad \ldots\ldots (15-12)$$

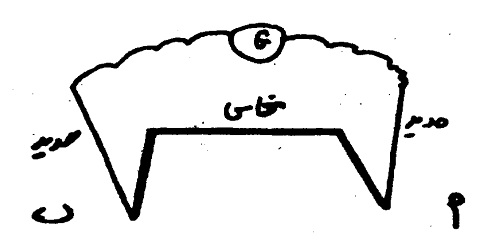
وتعطي هذه المعادلة معدل تغير القوة الدافعة الكهربية E للعمود مع درجة الحرارة بدلالة التغير في طاقته الداخلية مع مرور الشحنة q داخله.

١٥ – ٦ الظاهرة الكهر حرارية لسبيك:

اعتبر ازدواجاً حرارياً مكوناً من سلكين من مادتين مختلفتين كالنحاس والحديد مثلا، متصلين على شكل وصلتين أ ، ب بينهما جلفا نومتر حساس كما هو مبين بالشكل (١٥-٣).

إذا احتفظنا بالوصلة أ باردة ورفعنا درجة حرارة الوصلة ب نلاحظة انحرافاً بالجلفانومتر نتيجة لسريان تيار كهربي من النحاس إلى الحديد عند الوصلة الساخنة، ويعرف هذا التيار بالكهر حراري. كما تعرف الظاهرة باسم مكتشفها سيبك.

تعريف: يعرف أثر سيبك Sbeck Effect بأنه القوة الدافعة الكهربية المتولدة في ازدواج حراري عند تسخين إحدى وصلتيه مع حفظ الوصلة الأخرى باردة. وتتوقف القوة الدافعة الكهر حرارية على مادتي الازدواج الحراري وكذلك الفرق بين درجتي حرارة الوصلتين.



(شكل ١٥-٣)

وقد رتب سيبك الفلزات على شكل سلسلة بحيث إذا كانت ازدواجاً حرارياً من أي فلزين منهما فإن التيار يمر من الأول إلى الذي يليه في السلسلة خلال الوصلة كما وجد أن القوة الدافعة الكهرحرارية تزداد كلما ازداد بُعْدُ الفلزين عن بعضهما في هذه السلسلة.

تستخدم الازدواجات الحرارية كأجهزة حساسة لقياس درجة الحرارة (ترموترات)

كما تستخدم في الكشف عن الإشعاعات الحرارية كما في جهاز الترموبيل.

قانون الازدواج الحراري:

وجد عملياً أن إدخال فلز ثالث في دائرة ازدواج حراري مكون من فلزين معينين لا يؤثر على القوة الكهرحرارية للازدواج وإنما يكون العامل المؤثر الوحيد هو الفرق بين درجة حرارة الوصلة الساخنة ودرجة حرارة الوصلة الباردة. وقد وجد أن ما يحكم الدائرة الكهربائية هما القانونان التاليان.

١ — قانون الفلزات المتوسطة:

وينص على أنه إذا كانت E_1 , E_2 هما القوتين الدافعتين الكهربيتين لازدواجين حراريين مصنوعين من فلزين (أ ، ب) ، (ب ، حـ) على الترتيب تكون القوة الدافعة الكهرحرارية لازدواج (أ ، حـ) مساوية $E_1 + E_2$ بشرط أن تكون للازدواجات جميعا لها نفس الفرق بين درجتي حرارة وصلتيها.

٢— قانون درجات الحرارة المتوسطة:

وينص على أنه إذا كانت E_1 , E_2 هما القوتين الدافعتين الكهربيتين لازدواج حراري معين عندما تكون درجتا حرارة وصلتيه هما (T_1 , T_2)، (T_2 , T_3) على الترتيب فإن القوة الدافعة الكهرحرارية لهذا الازدواج عندما تكون درجتا حرارة وصلتيه (T_1 , T_3) هي: $(E_1 + E_2)$

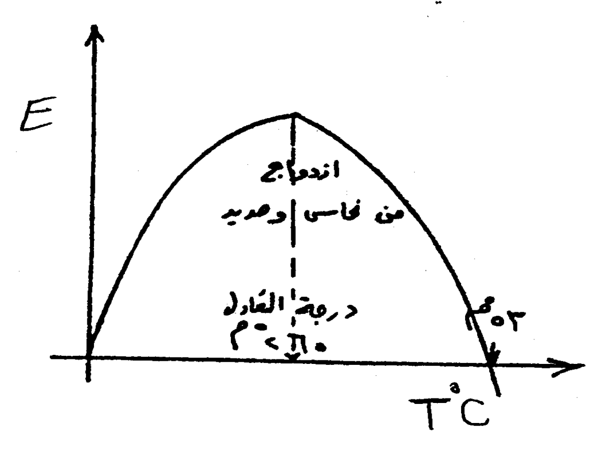
تغير القوة الدافعة الكهرحرارية مع الفرق بين درجتا الوصلتين:

إذا احتفظنا بدرجة حرارة وصلة ازدواج حراري (وليكن من نحاس وحديد) ثابتة ورفعنا درجة حرارة الوصلة الثانية تدريجياً نلاحظ ازدياد شدة التيار الكهرحراري يكون طردياً عندما تكون فروق درجتا حرارة الوصلتين صغيرة. أما إذا زادت فروق درجات الحرارة زيادة كبيرة تصل القوة الدافعة الكهرحرارية إلى نهاية عظمى كما في شكل (١٥-٤).

وتسمى عندئذ درجة حرارة الوصلة الساخنة بدرجة التعادل Neutral temperature قيمتها ثابتة بالنسبة لأي ازدواج حراري وتتوقف على نوع مادتي الازدواج.

وعند الاستمرار في رفع درجة حرارة الوصلة الساخنة بعد درجة التعادل نجد أن القوة الدافعة الكهرحرارية قد أخذت في النقصان حتى تتلاشى تماماً عند درجة حرارة معينة تسمى بدرجة الانقلاب Inversion temperature إذ بزيادة درجة الحرارة بعد تلك الدرجة ينعكس اتجاه التيار في الازدواج آخذا في الازدياد مع درجة الحرارة.

ويجب ملاحظة أن درجتي حرارة التعادل والانقلاب تعبران عن فروق في الدرجة



شكل (١٥-٤)

بين حرارة الوصلتين للازدواج فمثلاً إذا كانت درجة حرارة الوصلة الباردة صفراً وكانت درجة التعادل ٢٦٥° م فإنه برفع درجة حرارة الوصلة الباردة إلى ١٠٠°م مثلا تصير درجة التعادل عندئذ ٣٦٥° م وهكذا .

جهد التلامس:

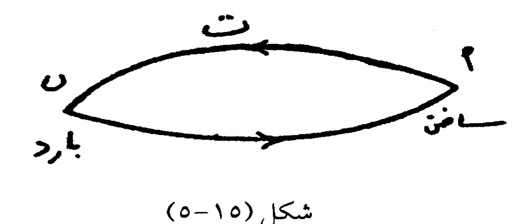
عندما تتلامس مادتان كهربياً يتولد فرق في الجهد عبر سطح تلامسهما قد يصل إلى بضعة فولتات وقد فسرت النظريات الحديثة في علم الجوامد هذه الظاهرة على أساس اختلاف مستويات مناطق الطاقة المسموحة Allowed energy bands في تلك المادتين وذلك بالنسبة لإلكترونات التوصيل. إذ تتدفق الإلكترونات من أحدهما إلى الأخرى

(حسب ترتيب وضعهما في السلسلة الكهربية) حتى يتساوى ارتفاع مستويات الطاقة الممتلئة بالإلكترونات عند سطح التلامس ويمكن تشبيه ذلك بصورة ما بحالة الأنابيب المستطرقة وارتفاع السوائل بداخلها.

معامل بلتييه: Plteir

نفرض ازدواجاً من وصلتين أ ، ب ونفرض أن جهد التلامس عند أي من الوصلتين هو π ويطلق عليه أحياناً معامل بلتييه.

نفرض أننا أمررنا تياراً كهربياً ت أمبير في الازدواج. شكل (١٥-٥).



شكل (١٥-٥)

بالنسبة للوصلة التي يمر فيها التيار I في اتجاه فرق الجهد π يكون الشغل المبذول على المادة مساوياً $I\,\pi$ ويظهر على شكل حرارة؛ لذلك تسخن تلك الوصلة.

أما بالنسبة للوصلة الأخرى التي يمر فيها التيار عكس اتجاه فرق الجهد يكون الشغل المبذول هو $-I\,\pi$ بإشارة سالبة أي إن الطاقة الحرارية تُمتص من الوصلة مما يسبب تبريدها.

ويلاحظ أن هذه العملية انعكاسية reversible بمعنى أننا إذا عكسنا اتجاه التيار في الازدواج تصبح الوصلة الساخنة باردة والعكس بالنسبة للوصلة الأخرى.

إذا اعتبرنا شكل (١٥-٥) حيث يكون الازدواجان دائرة مغلقة درجة حرارتها واحدة، يكون جهد التلامس عند أ مساو في المقدار ومضاد في الاتجاه لجهد التلامس عند الوصلة ب وبذلك لا يمر أي تيار في الدائرة.

نفترض الآن أننا حفظنا درجتي حرارة الوصلتين أ ، ب عند (T_2 , T_1) درجة كلفن

على الترتيب، مع اعتبار الازدواج نظاماً معزولا أي لا يوجد أي انتقال للحرارة منه أو إليه. ونفرض أيضاً أن جهدي التلامس (أي معاملي بلتييه) عند الدرجتين $(T_2 - T_1)$ هما $\pi(T_2)$ ، $\pi(T_1)$ على الترتيب.

عند مرور شحنة صغيرة dq في الدائرة ينتج تغير في كمية الحرارة بمقدار dQ وتغير في إنتروبيا النظام بمقدار dS وتحدد هذه الكميات وفقا لقوانين الديناميكا الحرارية كما يأتي:

$$dQ = dU + \pi(T_1)\, dq - \pi(T_2) dq$$

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

$$\therefore dS = \frac{dU}{T} + \frac{\pi(T_1)}{T_1} dq - \frac{\pi(T_2)}{T_2} .dq \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15-13)$$

ولكن نظراً لعدم تغير الطاقة الداخلية (U) للنظام يكون $dU = 0$

وكذلك ينعدم التغير في إنتروبيا النظام؛ لأنه انعكاسي:

$$\therefore dS = 0$$

وبذلك تصير المعادلة السابقة:

$$\frac{\pi(T_1)}{T_1} = \frac{\pi(T_2)}{T_2} = \frac{\pi(T_1) - \pi(T_2)}{T_1 - T_2}$$

فإذا اعتبرنا أن E هي القوة الدافعة الكهرحرارية للازدواج يكون:

$$E = \pi(T_1) - \pi(T_2) = \frac{\pi(T_1)}{T_1} = (T_2 - T_1) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15-14)$$

فإذا حفظنا T_1 ثابتة وغيرنا تدريجياً T_2 نجد أن القوة الدافعة الكهرحرارية تتناسب طردياً مع الفرق بين درجتي حرارة الوصلتين وهذه حقيقة علمية سبق ذكرها وقد ثبت صحتها عندما يكون الفرق بين الدرجتين صغيراً حيث يمكن اعتبار النظام معزولا.

ولإيجاد قيمة معامل باتييه نكتب المعادلة السابقة بصورة تفاضلية كما يأتي:

$$dE = \frac{\pi}{T} dT$$

أي إن

$$\frac{dE}{dT} = \frac{\pi}{T} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (15-15)$$

أي إننا نحصل على قيمة معامل بلتييه عند درجة الحرارة T كلفن من ميل منحنى القوة الدافعة الكهرحرارية مع الفرق بين درجتي الوصلتين حيث يساوي الميل (dE/dT) ويكون بذلك معامل بلتييه عند T .

$$\pi = T\frac{dE}{dT} \quad \text{..(15 – 16)}$$

ويلاحظ أن ميل المماس للمنحنى عند درجة التعادل يساوي صفراً وهذا يعني انعدام قيمة معامل بلتييه عند هذه الدرجة.

١٥ – ٧ ظاهرة تومسون : The Thomson effect

وجد تومسون أنه كلما حدث ميل حراري Temperature gradient داخل موصل كهربي تتولد قوة دافعة كهربية بين طرفيه. فإذا كان dT كلفن هو الفرق بين درجتي الحرارة نقطتين في موصل كهربي تكون القوة الدافعة الكهرحرارية المتولدة بينهما هي σdT ، حيث σ ثابت يميز المادة ويسمى بمعامل تومسون. ويلاحظ هنا أيضاً أن هذه الظاهرة انعكاسية reversible .

اعتبر شحنة q تمر في موصل. يكون الشغل الكهربي المبذول لنقل الشحنة بين نقطتين الفرق بين درجتهما هي dT هو qσdT (حاصل ضرب الشحنة في فرق الجهد).

وبإجراء التكامل على الموصل كله بين الدرجتين (T_1 , T_2) .

∴ الشغل الكلي المبذول = الحرارة المتولدة في الموصل كله

$$= q\int_{T_1}^{T_2}\sigma(T)dT$$

ويمكننا الآن تطبيق كل من ظاهرتي بلتييه وتومسون على حالة النظام المعزول المكون من ازدوج حراري.

∴ كمية الحرارة الانعكاسية dQ في الازدواج هي

$$dQ = \pi(T_2)dq - \pi(T_1)dq - \int_{T_1}^{T_2}\sigma_a\, dTdq + \int_{T_1}^{T_2}\sigma_b\, dTdq \quad \text{.........(15 – 17)}$$

حيث σ_b , σ_a هما معاملي تومسون للمادتين اللتين يتكون منهما ذراعا الازدواج

الحراري. وإذا كانت E هي القوة الدافعة الكلية الكهرحرارية في الدائرة يكون

$$dQ = Edq$$

$$\therefore Edq = \sigma_2 dq - \sigma_1 dq + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_b - \sigma_a)\, dT - dq$$

$$\therefore E = (\pi_2 - \pi_1) + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_b - \sigma_a)\, dT \quad \text{.........................(15 – 18)}$$

فإذا حفظنا درجة حرارة الوصلة الأولى ثابتة عند T_1 وغيرنا من T_2 مع تسميتها T_1 ، ثم بإجراء التفاضل بالنسبة إلى T للمعادلة السابقة نحصل على:

$$\frac{dE}{dT} = \frac{d\sigma}{dT} + (\sigma_b - \sigma_a) \quad \text{.....................................(15 – 19)}$$

ويتضح من هذه المعادلة أن: $\frac{dE}{dT} \neq \frac{d\sigma}{dT}$

وبتطبيق القانون الثاني للديناميكا الحرارية على حالة الازدواج باعتبـاره آلـة حراريـة انعكاسية يتلاشى التغير في الإنتروبيا أي إن $\frac{dQ}{T} = dS = 0$

$$\therefore \frac{dQ}{T} = 0 = \left(\frac{\pi_2}{T_2} - \frac{\pi_1}{T_1}\right) dq + \int_{T_1}^{T_2} \frac{\sigma_b - \sigma_a}{T}\, dT dq$$

ويوضح $T_1 = T$ ، $T_2 = T+dT$ تصبح المعادلة السابقة:

$$\frac{\pi_2}{T + dT} - \frac{\pi_1}{T} + \left(\frac{\sigma_a - \sigma_b}{T}\right) dT = 0$$

ويمكن وضع المعادلة على الصورة:

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{\pi}{T}\right) = \frac{\sigma_a - \sigma_b}{T} \quad \text{.....................................(15 – 20)}$$

وبالتفاضل نحصل على:

$$\frac{d\sigma}{dT} = \frac{\sigma}{T} + \sigma_a - \sigma_b \quad \text{.....................................(15 – 21)}$$

لكن سبق أن أثبتنا أن $\frac{\pi}{T} = \frac{dE}{dT}$

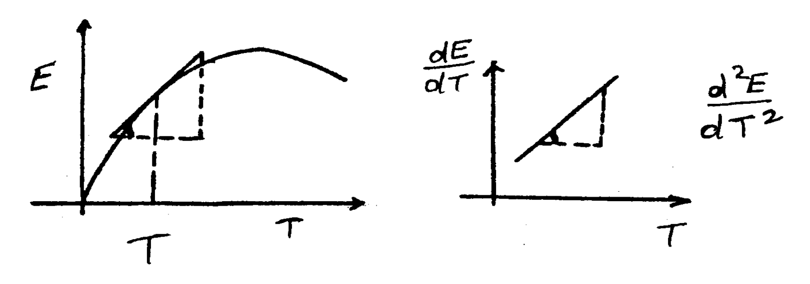
$$\therefore (\sigma_a - \sigma_b) = \frac{d\sigma}{dT} - \frac{\sigma}{T}$$

$$= T\frac{d}{dT}\left(\frac{\sigma}{T}\right)$$

$$= T\frac{d}{dT}\left(\frac{dE}{dT}\right)$$

$$\therefore (\sigma_a - \sigma_b) = T\frac{d^2E}{dT^2}$$

من هذا يتضح أنه بقياس تغير القـوة الدافعـة الكهرحراريـة لازدواج حـراري مـع درجة الحرارة يمكن تعيين كل من معاملي بلتييه وتومسون كما في شكل (١٥-٦).



شكل (١٥-٦)

***

تمارين محلولة ومسائل

١ – أوجد الشغل المبذول بواسطة غاز يخضع لمعادلة فان درفال عندما يتمدد تمدداً انعكاسياً أيسوثرماليا من V_1 إلى V_2 ؟

الحل:

الشغل المبذول $W\int_{V_1}^{V_2} PdV$

معادلة فان درفال هي:

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

$$\therefore W = \int_1^2 \frac{RT}{V-b}dV - \int_1^2 \frac{a}{V^2}dV$$

$$= RT\ell og - \left[\frac{V_2 - b}{V_1 - b}\right] + \frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}$$

٢ – أثبت أن الشغل المبذول على ١ جرام جزيء من غاز خام عند ضغطه انعكاسياً من V_1 إلى V_2 هو:

$$W = RT\ell og\frac{V_1}{V_2}$$

ثم أوجد الحرارة المتولدة عن تغيير حالة الغاز من $(P_1V_1T_1)$ إلى $(P_2V_2T_2)$

الحل: يترك كتمرين للطالب.

٣– تتغير الطاقة الداخلية U لغاز مع الضغط ودرجة الحرارة وفقاً للمعادلة:

$U = aT - bP$

حيث a , b ثوابت. فإذا علم أن معامل التمدد الحجمي β يعطي بالمعادلة $\beta = \frac{1}{T}$

ومعامل انضغاط الغاز K يعطي بالمعادلة $K = \frac{1}{P}$ ، أوجد الحرارة النوعية تحت حجم ثابت؟

الحل:

الحرارة النوعية تحت حجم ثابت:

$$C_V = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$$

من معادلة الطاقة:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = C_V = a - b\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

ومن العلاقة الدائرية في الديناميكا الحرارية:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$$

لكن من تعريف معامل التمدد الحجمي: $\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$

ومن تعريف الانضغاط: $K = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

بالتعويض: $\therefore \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V = \frac{P}{T}$

$$\therefore C_V = a - \frac{bP}{T}$$

٤ - إذا علم أن معامل الانضغاط K ومعامل التمدد الحجمي β لمادة ما يعطيان بالعلاقتين: $\beta = \frac{3bT^2}{V}$, $K = \frac{a}{V}$

أوجد معادلة الحالة؟

الحل:

معادلة الحالة على الصورة التفاضلية هي: $V = \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T dP + \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P dT$

ويمكن كتابة هذه المعادلة بدلالة K ، β على الصورة: $dV = - KVdP + \beta VdT$

وبالتعويض بدلا من K ، β بالقيم المعطاة نحصل على: $dV = - adp + 3bT^2 dT$

وبإجراء التكامل: $\therefore V = - a P + 3bT^3 + Const$

٥ - أوجد معادلة الحالة لغاز يكون له: $K = \frac{1}{P} + \frac{a}{V}$

$$\beta = \frac{C.R}{P.V}$$

الحل: يترك للطالب.

الجواب: $PV = -\frac{1}{2}aP^2 + CRT + Const.$

٦ - أوجد معامل التمدد الحجمي لمادة معادلة الحالة لها هي:

$$P(V - C_b)\left(\frac{Ca}{VRT}\right) = CRT$$

الحل:

أوجد أولا معامل التمدد الحجمي β بدلالة المعادلة الدورية:

$$\beta = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$$

ثم أجر التفاضل لمعادلة الحالة مرة مع تثبيت درجة الحرارة T ، ومرة مع تثبيت الحجم V ؛ ثم بالتعويض في المعادلة السابقة نحصل في النهاية على β .

٧- أثبت أن $\left(\frac{\partial \beta}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial K}{\partial T}\right)_P = 0$

حيث β ، K هما معاملا التمدد الحجمي والانضغاط على الترتيب.

الحل: $\beta = \frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ ، $K = -\frac{1}{V}\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T$

بمفاضلة المعادلة الأولى بالنسبة للضغط والثانية بالنسبة لدرجة الحرارة

وبجمع المعادلتين نحصل على: $\left(\frac{\partial \beta}{\partial P}\right)_T + \left(\frac{\partial K}{\partial T}\right)_P = 0$

٨- إذا علم أن معادلة الحالة لمادة ما هي: $H = V - aP + bT$

وأنا طاقتها الداخلية تتغير مع الضغط ودرجة الحرارة وفقاً للمعادلة:

$U = C.R - bPT$

حيث a , b , C , H ثوابت.

١ - أوجد الحرارتين النوعيتين C_P , C_V للمادة؟

٢ - أوجد المحتوى الحراري (الإنثالبي) للمادة؟

الحل: يترك للطالب.

٩- الطاقة الداخلية لجرام واحد جزيء من غاز تام هي:

$U = R\,[(a - T) - a\,\ell og\,(a - T)]$

حيث a ثابت.

أوجد C_P ، C_V وكذلك النسبة بينهما

الحل: $C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V = -R - aR \times \frac{1}{a-T} \times -1 = \frac{RT}{a-T}$

لكن من معادلة الغاز التام: $PV = RT$

$\therefore PdV + VdP = RdT$

فإذا كان ضغط الغاز ثابتاً يكون $dP = 0$

$\therefore PdV = RdT$

ويكون بذلك القانون الأول في الديناميكا الحرارية $dQ = dU + RdT$

$\because \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_P = C_P = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_P + R$

$$\therefore C_P = \frac{a.R}{a-T} - R + R$$

$$= \frac{aR}{a-T}$$

وتكون النسبة γ هي:

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{a}{T}$$

١٠ – الطاقة الداخلية لجرام جزيء من غاز تام تعطي بالمعادلة

$$U = U_o + aT + bT^2$$

حيث b , a , U_o ثوابت

١ – أوجد إنتروبيا الغاز بدلالة الحجم ودرجة الحرارة؟

٢ – أوجد معادلة التغير الأدياباتي على مستوى إحداثياته الحجم ودرجة الحرارة.

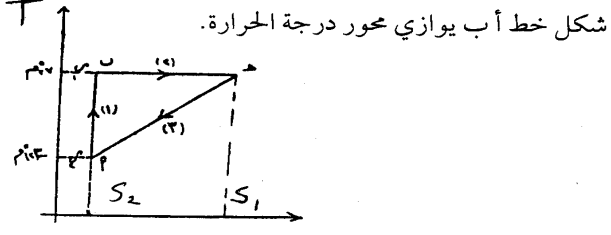
٣ – ما التغير في درجة الحرارة عندما يتمدد الغاز تمدداً حراً لضعف حجمه إذا كانت درجة الحرارة الابتدائية ١٥°م ، γ = ١,٣٣ .

الحل: يترك للطالب.

١١ – أحدثت ثلاثة تغيرات على حالة مادة ما بحيث عادات في النهاية إلى حالتها الابتدائية. فإذا كان التغير الأول أدياباتيا والثاني أيسوثرمالياً ارسم منحنى التغير في مستوٍ يكون إحداثياته هي الإنتروبيا ودرجة الحرارة. ثم أوجد كفاءة الدورة علماً بأنها تمت بين درجتي الحرارة ٢٧°م ، – ١٢٣°م.

الحل:

في حالة التغير الأدياباتي تظل قيمة الإنتروبيا ثابتة ($dS = 0$) ولذلك يظهر التغير على شكل خط أ ب يوازي محور درجة الحرارة.



وعندما يكون التغير أيسوثرمالي تثبت درجة الحرارة فيظهر التغير على شكل خط ب حـ يوازي محور الإنتروبيا.

ولما كانت الدورة مغلقة يكون التيغر الثالث ممثلا بالخط حـ أ .

$$\text{كفاءة الآلة} = \frac{\text{الشغل المبذول}}{\text{الحرارة الممتصة}} = \frac{W}{Q}$$

لكن الشغل الآلي W = مساحة الدورة = $\frac{1}{2}(T_1 - T_2)(S_1 - S_2)$

والحرارة الممتصة Q خلال التغير الأيسوثرمالي (٢)

$= T_1 (S_1 - S_2)$

$$\therefore \text{الكفاءة} = \frac{(T_1 - T_2)}{2T_1} = \frac{١٢٣ + ٢٧}{٣٠٠ \times ٢} \times ١٠٠ = ٢٥\%$$

١٢ - أوجد إنتروبيا غاز طاقته الداخلية لا تتوقف على الحجم ومعادلة الحالة هي:

$$PV = RT\,(1+\frac{a}{V})$$

حيث a مقدار ثابت.

الحل: يترك للطالب.

١٣ - أثبت أن النسبة بين معاملي التمدد الأدياباتي والأيسوباري (عند ثبوت الضغط) تساوي $(\gamma/1\text{-}\gamma)$ حيث γ هي النسبة $\frac{C_P}{C_V}$

١٤ - إذا علم أن $\frac{\partial C_V}{\partial V} = T\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}$

أثبت أن :

$$(C_P - C_V) = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$$

حيث C_P , C_V هما الحرارتين النوعيتين تحت ضغط ثابت وتحت حجم ثابت.

١٥ - قطعة من النحاس تزن ١٠ جم تقع تحت ضغط $١٠^٤$ كجم/ $\text{سم}^٢$ عند درجة الصفر المئوي. احسب كمية الحرارة المتولدة أثناء الضغط إذا كان أيسوثرماليا ثم أوجد الارتفاع في درجة الحرارة عندما يكون الضغط أدياباتيا؟

(معامل تمدد النحاس ٤٥×١٠^{-٦} وكثافته النسبية ٨,٨)

***